

Osončje in sonce (osnovne lastnosti)

Masa zemlje

Ce poznamo zemljino velikost in gravitacijski pospešek, lahko izračunamo maso zemlje:

$$R_z = 6380 \text{ km}$$
$$M = \frac{4\pi R_z^3}{3} \langle \rho \rangle \quad g = \frac{GM}{R^2}$$

Zemlja se sicer vrti, torej je rahlo jajčasta:

$$R_{avg} = 6371 \text{ km}; \quad R_{pol} = 6356.8 \text{ km} \quad R_{ekvator} = 6378.1 \text{ km}$$

Meritev razdalje do Lune s sočasnimi opazovanji

Za meritev razdalje do Lune je praktična ista geografska dolžina, da nimamo problema z različnimi časovnimi conami. Želimo, da je Luna v takšni meni, da je čim manj svetla in na takem mestu na nebu, da je v bližini kakšne zvezde, ki nam lahko služi kot referenčna zvezda. Preko paralakse (referenčna oddaljena zvezda bo približno na istem mestu) lahko izračunamo potem oddaljenost lune.

Druga možnost je pa preko gledanja sence Zemlje na Luni med luninim mrkom, kjer opazimo, da senca izgleda okoli 2.5x navidezne velikosti lune. Preko znanega radija zemlje lahko tudi tako ugotovimo razdaljo do Lune.

$$d_L = 384400 \text{ km}; \quad 356000 \text{ km} - 406700 \text{ km}$$

$$R_L = 1737 \text{ km} \quad M_L = 7.342 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

Obhodna (siderska -> glede na zvezde) doba Lune: 27,321 dni

Venerin tir (pomemben za določitev razdalje do sonca)

Iz prehoda Venere preko ploskve sonca lahko izračunamo razdaljo do Sonca. Prehod Venere je sicer redek dogodek (ki se zgodi v paru). Zadnji par je bil 2004 in 2012. Naslednji bo 2117 in 2125. Orbitalna perioda Venere je 224.7 dni, njena **sinodska perioda** (torej čas, ki ga potrebuje za tir, okoli sonca izmerjeno pri nas, ki je podaljšan zaradi Zemljinega gibanja okoli sonca) je 583.92. Naklon orbitalen glede na ekliptiko je 3.39°. Težave za zelo natančno določitev povzročajo efekt »črne kaplje«. Ta je posledica loma svetlobe v Venerini atmosferi in ogromnega kontrasta med Soncem in Venero. Oteži nam določiti »mejo«, kdaj Venera prav zares zajadra pred in stran izpred Sonca.

Astronomska enota

- Precej nenatančna metoda je preko aberacije svetlobe (preko določanja konstante aberacije ($\kappa \approx v/c$), kjer je v povprečna hitrost Zemlje v sistemu Sonca). Obstaja potem direktna povezava med AU in konstanto aberacije.
- Iz paralakse sonca
- Radarska opazovanja (npr. Arecibo)
Oddamo »laser« EM do nekega asteroida (npr. 433 Eros). Za neko telo, kjer razmerja velikosti že vemo potrebujemo samo »skalirni faktor«. Planeti (kot Venera) niso tako ugodni zaradi reliefa in zahajanja bližje in dlje Zemlji. Preko teh meritev razdalje med asteroidi, Venero in Merkurjem so lahko ugotovili paralakso sonca in iz nje Astronomske enote. Določili so:

$$1AU = (149\,597\,870\,691) \pm 3m$$

Iz Dopplerja se preko teh meritev z radijskimi valovi dobi tudi hitrosti objektov in ne samo razdaljo do njih.

Sonce

Vse z indeksom \odot so lastnosti sonca. Razdaljo do Sonca določimo kot razdaljo med težiščem sistema Zemlja-Luna in veliko polosjo eliptične orbitale do Sonca.

$$d_{\odot} = 1AU = 1.5 \cdot 10^{11} m \quad R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 m$$

Iz 3. Keplerjevega zakona lahko določimo maso, povprečno gostoto in površinski gravitacijski pospešek.

$$\frac{d_{\odot}^3}{P_z^2} = \frac{G(M_{\odot} + M_z)}{4\pi^2}$$

Vse razen **gravitacijska konstanta G** je zelo natančno poznano. Zato masa Sonca ni zelo natančno poznana. Dobimo:

$$M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} kg$$

$$\langle \rho_{\odot} \rangle = \frac{3M_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^3} = 1.4 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

$$g_{\odot} = \frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}^2} = G\langle \rho_{\odot} \rangle R_{\odot} \frac{4\pi}{3} = 272 \frac{m}{s^2}$$

V astronomskem »slengu« se veliko krat raje podaja $\log g$, zato da ni prevelikega razpona števil. Pogosto se takrat podaja pospešek v cm/s^2 .

$$\log g_{\odot} = 4.4$$

Uporablja se tudi kot **mera usedenosti atmosfere zvezde**. Večji gravitacijski pospešek pomeni, da je materija bolj skompresirana. Opazimo:

$$\omega^2 R_{\odot} \ll g_{\odot}; \quad P \cong 25 \text{ dni}$$

Sonce seva v vse smeri enako. Gostota svetlobnega toka sonca ob zemlji je:

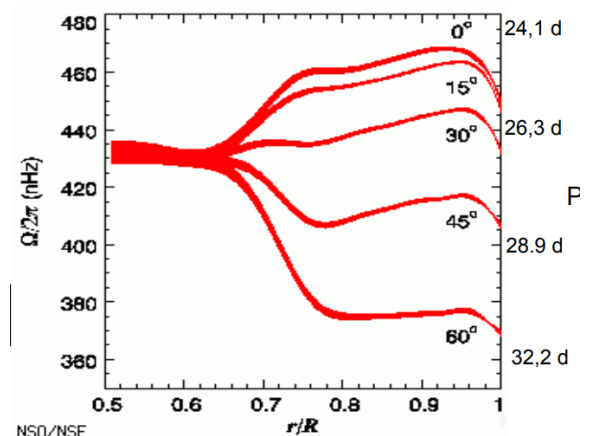
$$j_0 = 1400 \frac{W}{m^2}$$

$$L_{\odot} = j_0 4\pi d_{\odot}^2 = 4 \cdot 10^{26} W$$

Rotacijski pospešek na soncu

Sonce se **ne** vrti točno kot toga kroglja. Imamo diferencialno rotacijo:

$$\omega = \frac{2\pi}{P} = A + B \sin^2 \phi + C \sin^4 \phi$$



$$A = 14.731 \pm 0.0491 \text{ }^\circ/\text{day} \quad B = -2.396 \pm 0.188 \text{ }^\circ/\text{day} \quad C = -1.787 \pm 0.253 \text{ }^\circ/\text{day}$$

Različne geografske širine imajo različne obhodne čase, tudi znotraj sonca. Sele pri razdaljah manjših od okoli $0,6 r/R_\odot$ postane kroženje precej enakomerno.

$$P_{ekvator} = 25.05 \text{ dni} \quad P_{tečaj} = 34.4 \text{ dni}$$

Sevanje črnega telesa

$dj/d\lambda$ nam pove koliko W/m^2 na $d\lambda$. Če nas zanima vsa moč nekega vira pointegriramo po λ . **Planckov zakon je**

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}$$

$$e^x \approx 1 + x; \quad x \rightarrow 0$$

Vidimo, da gre spekter pri velikih in malih λ proti 0. **Potenčno pada** proti nizkim λ in **eksponentno pada** proti visokim λ .

Wienov zakon

Wienov zakon pravi, da je λ_{peak} spektra sorazmeren z $1/T$.

$$x = \frac{hc}{\lambda k_B T} \quad \lambda = \frac{hc}{x k_B T} \quad \Rightarrow \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2 (k_B T)^5 x^5}{(hc)^5 (e^x - 1)}$$

$$\lambda T = konst. \quad \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{dj}{d\lambda} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{peak} = \frac{b}{T}$$

Stefanov zakon

Poglejmo Planckov zakon za frekvence. Velja $c = \lambda\nu$. Upoštevati moramo se posredni odvod:

$$\frac{dj}{d\nu} = \frac{dj}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\nu} \Rightarrow \frac{dj}{d\nu} = \frac{K \nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Za celotno gostoto svetlobnega toka pointegriramo:

$$j = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{dj}{d\nu} d\nu =$$

Uvedemo spremenljivko $x = \frac{h\nu}{k_B T}$ in zapišemo:

$$= K \int_0^\infty x^3 \frac{(k_B T)^3}{e^x - 1} \frac{k_B T}{h} dx \propto T^4$$

Sorazmernostna konstanta pa je ravno **Stefanova konstanta**:

$$\frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} = \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Tako smo dobili **Stefanov zakon**: $j = \sigma T^4$

Efektivna temperatura zvezde

Efektivna temperatura zvezde je temperatura, ki bi ga imelo črno telo, ki bi oddajalo enak spekter sevanja. Za sonce dobimo:

$$L_{\odot} = 4 \cdot 10^{26} \text{ W} \rightarrow j_{\text{surface}} = \frac{L_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^2} = 65 \frac{\text{MW}}{\text{m}^2}$$

$$T_{\text{eff}} = \sqrt[4]{\frac{j_{\text{surface}}}{\sigma}} = 5780 \text{ K}$$

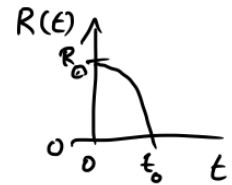
Solarna »konstanta«

Je pravzaprav gostota svetlobnega toka 1AU stran od sonca. Ob minimumu sončeve aktivnosti znaša okoli 1361 W/m^2 , ob maksimumu pa 1362 W/m^2 .

Kako hitro bi kolapsira zvezda pod lastno gravitacijo?

Izračunajmo karakteristični čas, da bi se zvezda znatno stisnila zaradi lastne teže. Za gravitacijski pospešek velja:

$$g = \frac{GM}{R^2} = -\frac{d^2R}{dt^2}$$



Torej rešujemo enačbo:

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2}$$

To lahko aproksimiramo. Za radij bi sicer lahko vzeli bolj učeno recimo $R_*/2$ ampak nas zanima le velikostni red in z celim radijem dobimo oceno zgornje meje.

$$\frac{(0 - R_*)^2}{(t_0 - 0)^2} \cong -\frac{GM_*}{R_*^2} \rightarrow t_0 \leq \left(\frac{R_*^3}{GM_*}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Spomnimo se povprečne gostote:

$$\langle \rho_{\odot} \rangle = \frac{3M_*}{4\pi R_*^3} \rightarrow \frac{R_*^3}{M_*} = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\langle \rho_* \rangle}$$

Tako lahko izrazimo:

$$t_0 \leq \left(\frac{3}{4\pi} \frac{1}{G\langle \rho_* \rangle}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Ta izraz velja splošno. Za sonce pa dobimo:

$$t_0 = 1600\text{s}$$

Torej bi **sonce zelo hitro kolapsiralo**. Kaj mu to preprečuje?

Hydrostatično ravnovesje sil

Zanima nas enačba hidrostaticnega ravnovesja sil:

$$p(h + dh)S - p(h)S = -mg = -\rho S dh g$$

$$\frac{p(h + dh) - p(h)}{dh} = -\rho g$$

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

Ko $h \rightarrow r$, g ni več konstanten. Tako dobimo bolj natančno **enačbo hidrostaticnega ravnovesja**:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2}$$

Ocenimo tlak v središču sonca

Torej blizu središča $r \rightarrow 0$ in $\rho(r) \rightarrow \rho_c$:

$$M(r) = \rho_c \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{dp}{dr} \rightarrow -\rho_c \frac{G\rho_c 4\pi r^3}{3r^2} = -G\rho_c^2 \frac{4\pi}{3} r \rightarrow 0$$

Torej (??) predpostavimo $\rho = konst.$:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{GM(r)}{r^2}$$

$$\frac{0 - p_c}{R_\odot - 0} \approx -\frac{\rho G \rho \frac{4\pi r^3}{3}}{r^2} \quad |_{r=R_\odot/2}$$

$$-\frac{p_c}{R_\odot} \approx -G \left(\frac{3M_\odot}{4\pi R_\odot^3} \right)^2 \frac{4\pi R_\odot}{3 \cdot 2}$$

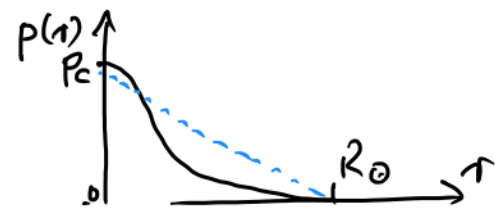
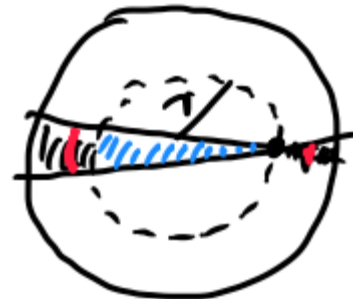
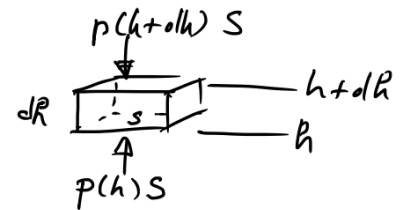
$$\Rightarrow p_c \approx \frac{3}{4\pi} \frac{GM_\odot^2}{2R_\odot^4} = 1.3 \cdot 10^{14} \text{ Pa}$$

Ce predpostavimo, da gre za idealni plin lahko izračunamo:

$$p = nk_B T = \frac{\rho}{\langle m \rangle} k_B T$$

kjer je n stevilska gostota delcev in $\langle m \rangle$ povprečna masa posameznega delca. Ce je sonce iz ioniziranega vodika:

$$\langle m \rangle = (m_p + m_e)/2 \approx m_p/2$$



Tako lahko **ocenimo središčno temperaturo sonca**:

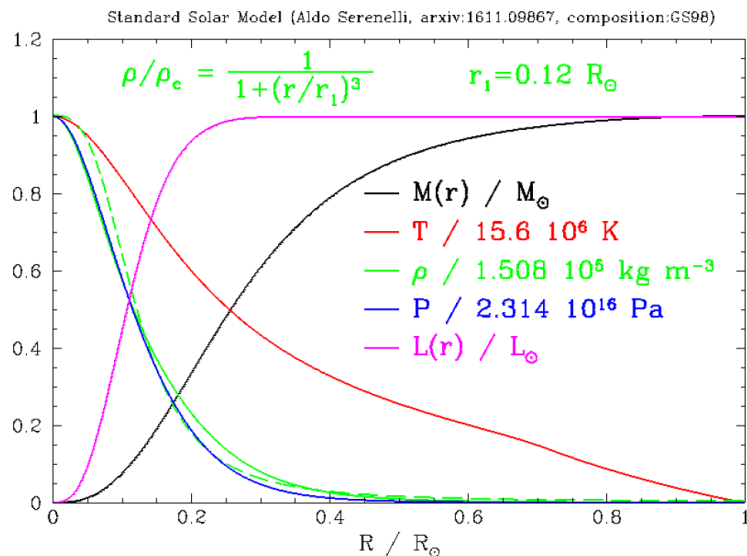
$$T_c = \frac{p_c m_p}{2k_B \rho} \cong \frac{3GM^2 m_p 4\pi R^3}{8\pi R^4 2k_B M^3} = \frac{GMm_p}{4k_B R} = 6,2 \cdot 10^6 \text{ K}$$

Sicer pravilna središčna temperatura bi bila okoli $15 \cdot 10^6 \text{ K}$.

Standardni solarni model

Apromksimacija z konstantno gostoto **res ni** dobra. Veliko boljši približek je:

$$\frac{\rho}{\rho_c} = \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{r_1}\right)^3}; \quad r_1 = 0.12 R_\odot$$



Sestava sonca

Naj bo X masni delz vodika, Y masni delež helija in Z masni delež vseh težjih elementov. Za Sonce velja:

$$X = 0.7381$$

$$Y = 0.2485$$

$$Z = 0.0134$$

Torej je povprečna masa delca:

$$\bar{m} = X \cdot \frac{m_p}{2} + Y \cdot \frac{4m_p}{3} + Z \cdot 2m_p = 0.727 m_p$$

Utemeljitev zakaj lahko idealiziramo kot idealni plin

Idealni plin pomeni, da so razdalje med molekulami mnogo večje od velikosti molekule. Izračunajmo številsko gostoto:

$$\rho = 1.4 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow n = \frac{\rho}{\langle m \rangle} = 7.8 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

kjer smo upoštevali približek, da je $\langle m \rangle = m_p$. Če si predstavljamo preprost model, kot da so gradniki v kubični rešetki lahko označimo z a tipično razdaljo med delci. Tako volumen a^3 zavzame natanko 1 delec.

$$a^3 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} \Rightarrow a = \sqrt[3]{1/n} = 1.09 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Ce bi bili delci normalno veliki to **ne** bi opravičilo predpostavke idealnega plina. Očitno moraj biti delci v soncu $\ll 10^{-10} \text{ m}$. Velikost atomskega jedra je reda $\sim 10^{-15} \text{ m} = fm$. Ce izračunamo klasični radij tirnice elektrona:

$$\frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r_{kl}} = m_e c^2 \Rightarrow r_{kl} \sim 2.7 \text{ fm}$$

Delci v soncu so (če pozabimo na svoj preprosti model) okoli 10^{-11} m narazen, veliki so pa v rangi velikosti 10^{-15} m . Ta razlika $a/r_{kl} \sim 10^4$ nam omogoči, da gledam plin kot idealni. Interakcija med delci

je šibka, ker je prosta pot mnogo večja od velikosti delcev. Ta predpostavka velja za večino zvezd. Izjema so recimo bele pritlikavke in podobno.

Tlak idealnega plina bistveno prevladuje nad »fotonskim tlakom«.

$$p_{id} = \frac{\rho}{\langle m \rangle} k_B T \quad p_{fot} = \frac{4\sigma}{3c} T^4$$

Tudi v središču sonca pri temperaturi $T = 15.6 \cdot 10^6 \text{ K}$ je fotonski tlak mnogo manjši od tlaka idealnega plina.

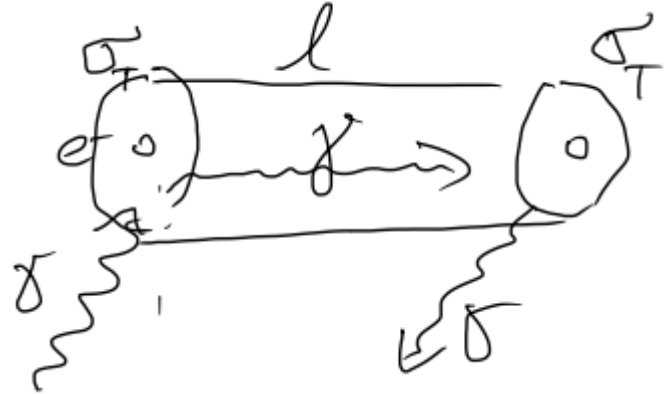
Sipanje svetlobe (Thomsonovo sipanje)

Gre za sipanje fotonov na elektronih:

$$\sigma_T \cdot l = \frac{V}{N_e} = \frac{1}{n_e}$$

kjer je σ_T Thomsonov sipalni presek in l prosta pot. Ker je sonce nevtralnno lahko zapišemo to tudi kot številna gostota protonov. Tu lahko se upoštevamo, da gre za ioniziran vodik :

$$\sigma_T l = \frac{1}{n_p} = \frac{m_p}{\rho}$$



Sipalni presek za sipanje svetlobe na prostih elektronih zapišemo kot:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_{kl}^2 = 6.6 \cdot 10^{-29} \text{ m}; \quad r_{kl} = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$$

Ce predpostavimo $\rho = \bar{\rho}$ dobimo:

$$l = \frac{m_p}{\rho\sigma_T} = 2 \text{ cm}$$

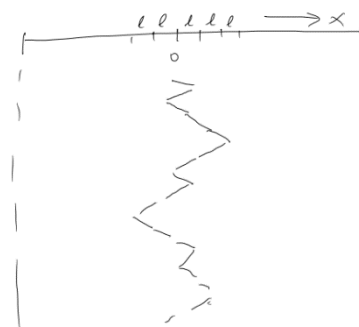
V resnici se $\langle l \rangle$ spreminja z ρ . Sipalni radij za druge (večje) delce (npr. p^+) je mnogo manjši od sipalnega radija elektronov. Zato se svetloba v glavnem sipa na elektronih. Prosto pot skrajšajo se drugi sipalni procesi.

Koliko časa traja, da foton zapusti zvezdo?

Foton na poti ven iz sonca doživi mnogo sipanj. V povprečju vsakič ko prepotuje razdaljo l . V 1D si to lahko predstavljamo, kot da se ob vsakem sipanju odloči a bo sel levo ali desno, in če pride cisto do levo, uspešno uide iz sonca (analogija pijanca, ki gre domov). Velja:

$$\langle x_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} \langle x_n + l \rangle + \frac{1}{2} \langle x_n - l \rangle = \frac{1}{2} \langle x_n \rangle + \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \langle x_n \rangle - \frac{l}{2} = \langle x_n \rangle$$

(Torej v povprečju nikamor ne gre?-> Fact check)



$$\langle x_{n+1}^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle (x_n + l)^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle (x_n - l)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle x_n^2 \rangle + l \langle x_n \rangle + \frac{l^2}{2} + \frac{1}{2} \langle x_n^2 \rangle - l \langle x_n \rangle + \frac{l^2}{2} = \langle x_n^2 \rangle + l^2$$

$$\Rightarrow \langle x_N^2 \rangle = N \cdot l^2$$

Prepotovano razdaljo lahko potem zapišemo kot:

$$d_N = \sqrt{\langle x_N^2 \rangle} = l\sqrt{N}$$

Ta premislek deluje tudi v 3D (kjer imamo 3 koordinate ampak se prispeva v vsako smer $1/3 l$ in ko sestevamo dobimo spet ravno l). Torej:

$$R_{\odot} = l\sqrt{N} \rightarrow N = \frac{R_{\odot}^2}{l^2}$$

Ker je sipanje zelo kratko lahko dolžino poti zapišemo kot $\Delta = Nl = ct$. Tako dobimo

$$ct = \frac{R_{\odot}^2}{l^2} l$$

Tako lahko končno ocedimo čas, ki ga rabi foton da pride ven iz sonca:

$$t = \frac{R_{\odot}^2}{lc} = 8.2 \cdot 10^{10} \text{ s} \approx 2600 \text{ let}$$

Intermezzo: Jedrski razpad

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau} \rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

Razpolovni čas dobimo kot:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-t_{1/2}/\tau} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t_{1/2}/\tau} \Rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$

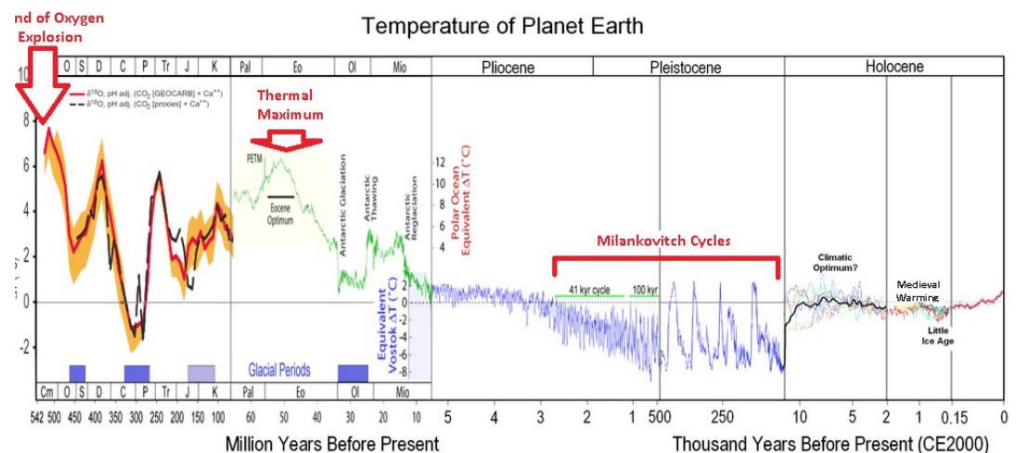
Recimo za uran so izmerili razpolovni čas preko opazovanja stranskih produktov (npr. pozitroni in fotoni, ki se izsevajo) v tanki rezini.

Izsev Sonca

Konstantnost Sončevega izseva

Pred prb. $3.8 \cdot 10^9$ let:

Zemlja ima atmosfero iz metana in amonijaka. Imamo zelo močan efekt tople grede in precej visoke površinske temperature. Živijo anaerobne bakterije.



Pred $2.6 \cdot 10^9$ do pred $5 \cdot 10^8$ let: Porast kisika zaradi fotosinteze cianobakterij, ki vodi v precejšnje znižanje temperature.

Zaključimo lahko, da so razmere na Zemlji zelo tesno povezane z izsevom Sonca. Spomnimo se: Če je sonce 16x svetlejše je Zemlja 2x toplejša (dvakrat je kvadrat nekje). **Izsev Sonca skozi čas se ni zelo bistveno spreminjal.**

Kolikšno energijo je Sonce izsevalo do sedaj?

Starost sonca je $t \sim 4,65 \cdot 10^9$ let in njegov izsev je $L = 4 \cdot 10^{26}$ W (ni cisto konstanten ampak približno). Privzemimo, da je $L = konst$:

$$E = \int L dt = Lt = 5.8 \cdot 10^{43} \text{ J}$$

Na kakšen način bi lahko zagotovili takšno energijo. **Od kje Sonce dobi energijo?**

Kemične reakcije?

Ce bi bilo Sonce iz nafte (torej $2 \cdot 10^{30}$ kg nafte), bi tak izsev lahko ohranjalo okoli 500 let. **Kemične reakcije odpadejo.**

Gravitacijska energija (krčenje) se spreminja v termično?

Polna energija je vsota termične in gravitacijske energije:

$$W_{Tot} = E = W_g + W_T$$

Gravitacijska energija

$$W_g = - \int \frac{GM(r)}{r} dM = - \int_0^R \frac{GM(r)}{r} 4\pi r^2 dr =$$

Tu se spomnimo $dp/dr = -\rho(r) GM(r)/r^2$:

$$= \int_0^R r \frac{dp}{dr} 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^R \frac{dp}{dr} r^3 dr =$$

Tu uporabimo per partes: $dp/dr \cdot dr = dp = dv \Rightarrow p = v$ in $4\pi r^3 = u \Rightarrow du = 12\pi r^2 dr$:

$$= 4\pi r^3 p(r) \Big|_0^R - \int_0^R p(r) 12\pi r^2 dr = -12\pi \int_0^R p(r) r^2 dr$$

Pri per partesu je prvi člen enak 0, ker je na spodnji meji enak 0, na zgornji je pa $p(R) \approx 0$.

Termična energija

$$W_T = \int \frac{3}{2} k_B T dN = \int_0^R \frac{3}{2} k_B T n 4\pi r^2 dr = \int_0^R \frac{3}{2} k_B T \frac{\rho(r)}{\langle m \rangle} 4\pi r^2 dr =$$

Tu se spomnimo, da za idealni plin velja $p(r) = \rho(r)/\langle m \rangle \cdot k_B T$:

$$= 6\pi \int_0^R p(r) r^2 dr$$

Virialni teorem

Opazimo, da smo v bistvu izpeljali **virialni teorem**:

$$\Delta W_g = -2\Delta W_T$$

$$E = W_g + W_T \Rightarrow \Delta E = \Delta W_g + \Delta W_T = \frac{1}{2}\Delta W_g = -\Delta W_T$$

Torej če se zvezda skrči gre $\frac{1}{2}\Delta W_g$ v gretje zvezde same in $\frac{1}{2}\Delta W_g$ se izseva v okolico (in se s tem zmanjša E).

Termični relaksacijski čas

$$\Delta E = - \int L dt = \frac{1}{2}\Delta W_g$$

Ce spet predpostavimo $L = konst.$:

$$\frac{1}{2}W_g = Lt_T$$

kjer je t_T **termični relaksacijski čas**. Maksimalen t_T dobimo če:

$$\Delta W_g = W_{g_{danes}} - 0 = - \int \frac{GM}{r} dM = -2 \frac{GM^2}{R}$$

kjer tista 0 predstavlja, kot da bi zvezda nekoč imela neskončen radij (nevezana) in 2 pride od porazdelitve mase v zvezdi (2 je za Soncu podobne zvezde).

$$t_T = - \frac{-2GM^2}{2RL} = \frac{GM^2}{RL} = 9.5 \cdot 10^{14} s = 3 \cdot 10^7 \text{ let}$$

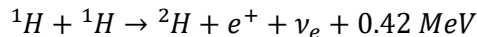
Očitno tudi če vzamemo maksimalno krčenje tole ne ustreza. **Gravitacijsko krčenje tudi odpade.**

Jedrske reakcije

Edini odgovor so jedrske reakcije!

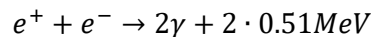
Spajanje vodika v Helij

Veriga p-p:

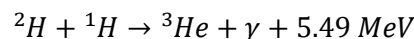


Pozitron se hitro anihilira z elektronom. Nevtrino pa brez težave uide ven, ker ne rad interagira s snovjo. Protona se divje odbijata. Rešitev je, da morata biti zelo hitra. To pa pomeni, da mora biti zelo vroče. Brez tega tudi čelni trk ne pomaga.

Anihilacija pozitrona:

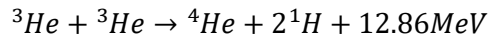


Nastanek ${}^3\text{He}$:



To je močna interakcija, samo skupaj se primeta. Vodika se sicer odbijata ampak če je dovolj vroče gre.

Nastanek ${}^4\text{He}$ preko verige p-p I (eden od več možnih načinov):



Energijska bilanca za en ${}^4\text{He}$:

$$2(0.42 + 2 \cdot 0.51 + 5.49) + 12.86 = 26.72 \text{ MeV}$$

Se sprosti za nastanek enega ${}^4\text{He}$. Pri tem nevtrina odneseta le okoli 2% te energije.

Veriga p-p I se zgodi v 83. 3% primerov. Obstaja se več takih verig (p-p II, p-p III,...), ki pa so bolj ugodne pri višjih temperaturah.

V energijo se pretvori 0.0071 mirovne mase ${}^4\text{He}$. Masa protona je $m_p c^2 = 938.27 \text{ MeV}$

$$\frac{26.73}{4 \cdot 938.27} = 0.0071$$

Ob 2%, ki jo odnesejo nevtrini se v energijo pretvori okoli 0.7% mirovne mase.

Nuklearni relaksacijski čas

Ali je to dovolj, da bo sonce svetilo?

$$t_N = \frac{0.007 m_H c^2}{L} = 0.007 \frac{M_\odot 0.1 c^2}{L} = 10^{10} \text{ let}$$

kjer smo vzeli smiselno predpostavko za maso helija v Soncu $m_H = 0.1 M_\odot$. **To je reakcija, ki omogoča Soncu, da proizvaja energijo!**

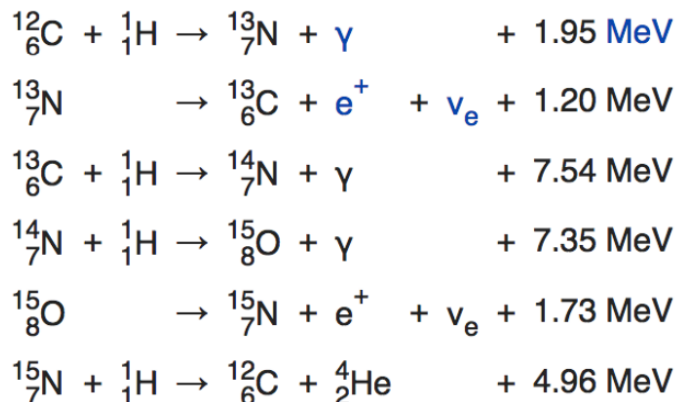
Zakaj to ni vodikova bomba?

Hitrost reakcije je zelo odvisna od temperature. Večja temperatura zagotovi večji tlak plina, ki povzroči razpenjanje, ki po virialnem teoremu povzroči ohlajanje. Tako imajo zvezde neke sorte samoregulacijo. Prehitra reakcija bo razpela zvezdo, ki se bo ohladila in s tem upočasnila reakcijo.

Nadaljnji jedrski procesi

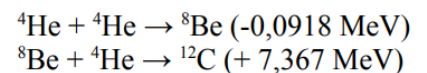
Veriga CNO

Poteka samo se pri bolj vročih zvezdah. Energijsko je podobna p-p I. C, N, O so samo kot katalizatorji.



Trojni alfa proces

Helijevo jedro pogosto imenujemo α delec. Če temperatura doseže okoli 10^8 K se začne spajanje helija v ogljik. Tako je na porabljeno helijevo jedro



sproscena energija $(7.273/3) \text{ MeV} = 2.424 \text{ MeV}$, kar je 0.065% mirovne mase. Ta proces torej sprosti bistveno manj energije kot pri spajanju vodika v helij.

Alfa proces

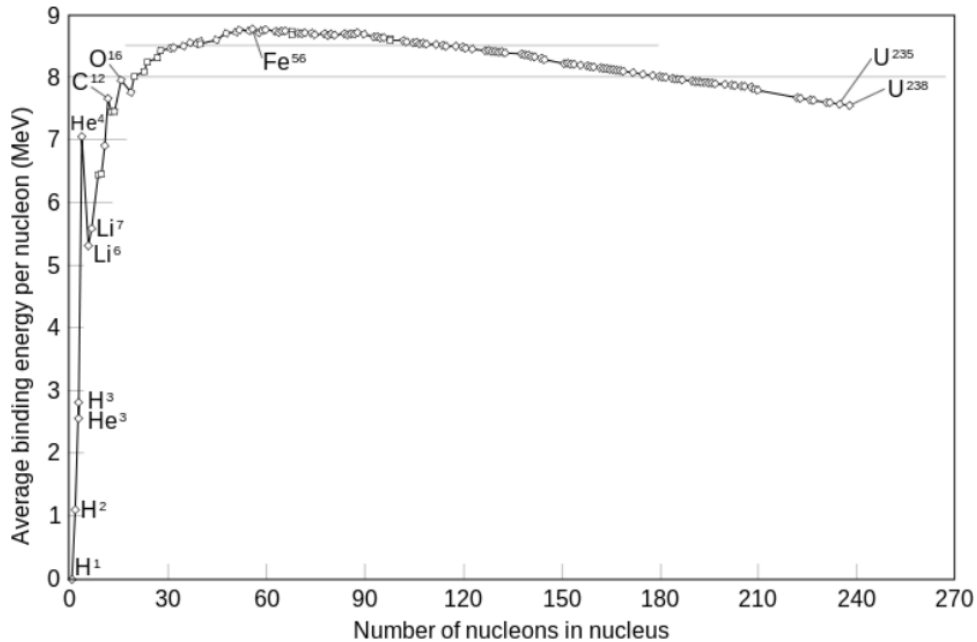
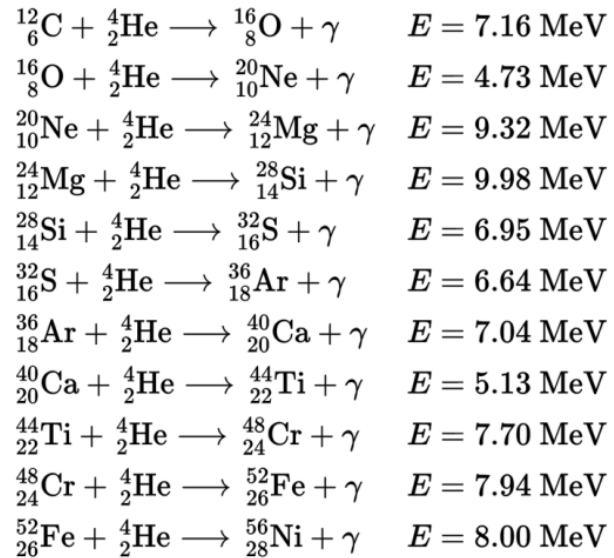
V žargonu nastanejo »alfa elementi«:

O, Ne, Mg, Si, S, Ar, Ca, Ti, Cr, Fe, Ni

Sicer je na maso helija energijski izkoristek vedno manjši in manjši.

Vezavna energija

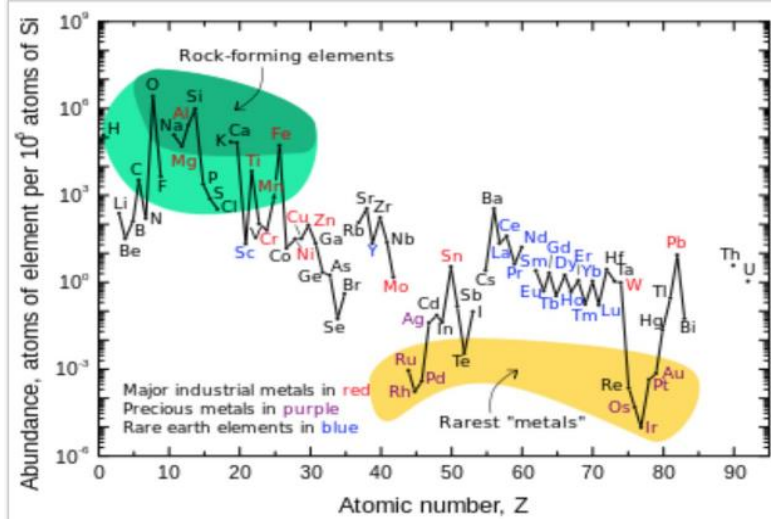
Več kot je nukleonov v jedru, večja je vezavna energija. Če jih je veliko se ne more »vsak z vsakim tiščat«. Zato vezavna energija manj efektivno raste. Raste pa odbojna (Coulombska) sila. Pri železu dodajanje nukleonov prinese več izgube zaradi odbojnih sil, kot jo prinese vezavna energija. Torej bi pri takem spajanju bilo treba energijo vložiti, to se pa zvezdi ne splača. Zato proces spajanja teče do železa oz. niklja.



Zastopanost elementov

Ten most common elements in the Milky Way Galaxy estimated spectroscopically^[1]

Z	Element	Mass fraction in parts per million	
1	Hydrogen	739,000	71 × mass of oxygen (red bar)
2	Helium	240,000	23 × mass of oxygen (red bar)
8	Oxygen	10,400	
6	Carbon	4,600	
10	Neon	1,340	
26	Iron	1,090	
7	Nitrogen	960	
14	Silicon	650	
12	Magnesium	580	
16	Sulfur	440	



Zastopanost na Zemlji ni niti približno enaka kot v Galaksiji

Estimated abundances of the chemical elements in the Solar system. Hydrogen and helium are most common, from the Big Bang. The next three elements (Li, Be, B) are rare because they are poorly synthesized in the Big Bang and also in stars. The two general trends in the remaining stellar-produced elements are: (1) an alternation of abundance in elements as they have even or odd atomic numbers (the Oddo-Harkins rule), and (2) a general decrease in abundance, as elements become heavier. Iron is especially common because it represents the minimum energy nuclide that can be made by fusion of helium in supernovae.

Prenos energije s konvekcijo

Za temperaturni gradient v Soncu velja:

$$\left| \frac{dT}{dr} \right| < 0.06 \frac{K}{m}$$

Konvekcija poteče tam, ker je temperaturni gradient vsaj tako strm kot adiabatni.

Adiabatni temperaturni gradient

Za adiabato vemo:

$$pV^\gamma = \text{konst.} \rightarrow p \propto \rho^\gamma$$

Za idealni plin pa velja:

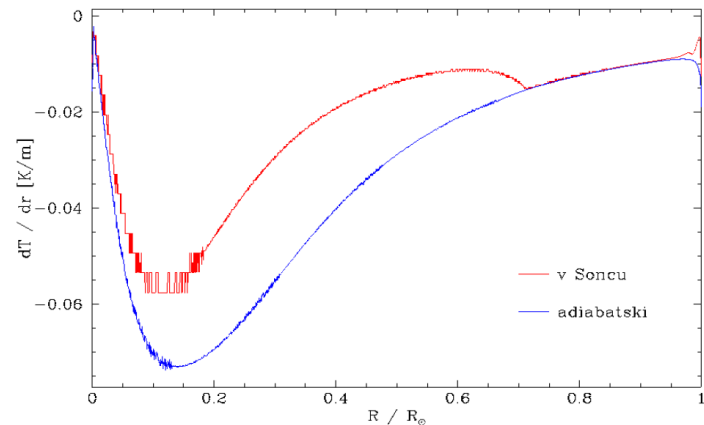
$$p \propto \rho T$$

$$T \propto \frac{p}{\rho} \propto \frac{p}{p^{1/\gamma}} = p^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

To lahko odvajamo in dobimo:

$$\frac{dT}{T} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dp}{p}$$

Tako lahko temperaturni gradient izrazimo s tlačnim gradientom:



$$\frac{dT}{dr} = \frac{T}{p} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dp}{dr}$$

Plin se dvigne (adiabatno) proti vrhu zvezde, kjer je temperatura okolice enaka njemu. Tam sprosti energijo in se shladi in počasi potone nazaj proti središču zvezde. Pogoj z gradientom je zagotovljen od $0.7 R/R_{\odot}$ do $1 R/R_{\odot}$. To pomeni, da površje sonca »zgleda kot juham ki vre«. Konvekcija je možna tudi blizu v samem jedru (počasi se mesa). To je ko je $R < 0.05 R_{\odot}$. Od tod tudi ocena, da bo zgorelo $0.1 M_{\odot}$ zvezde, v jedrskih procesih.

Izpeljava izraza za sevalni tlak [Add maybe?]

Prenos energije s sevanjem

$-\frac{dr}{l}$ je zato, ker se eni fotoni sipajo nazaj. $+dj$ pa zato, ker se eni sipajo v našo prid. Da je j konstanten, sta tadva efekta ravno enaka.

$$\Rightarrow dj = j(r) \frac{dr}{l}$$

$$\begin{array}{ccc} r & & r+dr \\ | & \text{---} & | \\ & dr & \\ j(r) & & j(r+dr) = j(1-dr/l) + dj \end{array}$$

Poglejmo tlak:

$$dp = \frac{dF}{S} = \frac{d(E/c)}{dt S} = \frac{dj}{c} = \frac{j(r)dr}{cl}$$

Novi fotoni se, ko se sipljejo, odpravajo od elektronov na desno. Torej imamo neto tlak v levo. Ta tlak kompenzira padanje temperature v desno:

$$p = \frac{3\sigma T^4}{3c}; T(r)$$

Neto efekt je, da imamo ravnovesje:

$$\begin{aligned} j \frac{dr}{cl} &= -d\left(\frac{4\sigma}{3c} T^4\right) \\ \Rightarrow j &= -\frac{4\sigma l}{3} \frac{d(T^4)}{dr} \end{aligned}$$

Naredimo zelo grobo oceno za primer Thomsonovega sipanja:

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{n\sigma_T} \propto \frac{1}{\rho} \propto \frac{R^3}{M}; \quad -\frac{dT^4}{dr} \approx \frac{T_c^4}{R} \propto \frac{(M/R)^4}{R} \\ \Rightarrow L &= 4\pi R^2 j \propto M^3 \end{aligned}$$

Nuklearni relaksacijski čas, kot funkcija mase

Iz prejšnje grobe ocene sledi ocena za nuklearni relaksacijski čas kot funkcijo mase. Velja:

$$\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{\alpha}; \quad \alpha \sim 3$$

Za Sonce vemo:

$$t_{N_{\odot}} = \frac{0.1 M_{\odot} 0.007 c^2}{L_{\odot}} = 10^{10} \text{ let}$$

Za poljubno zvezdo pa:

$$t_N = \frac{0.007 \cdot 0.1 M c^2}{L} = t_{N_{\odot}} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{L_{\odot}}{L} \right) = t_{N_{\odot}} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1-\alpha}$$

Bolj masivna zveza ima bistveno manjši nuklearni čas. Torej bolj masivna zvezda ima bolj kratkotrajno življenje.

Ocena izseva Sonca

Vemo, da proizvede svoj izsev le pri $R < 0.3 R_{\odot}$. Tam lahko aproksimiramo $\rho = 0.08 \rho_c = 12000 \text{ kg/m}^3$. Ocenimo izsev sonca:

$$L = 4\pi R^2 j = 4\pi R^2 \frac{4\sigma l}{3} 4T^3 \left(-\frac{dT}{dr} \right)$$
$$l = \frac{1}{nS_T} = \frac{0.727 m_p}{\frac{\rho 8\pi r_0^3}{3}} = \frac{1}{K_T \rho} = 1.52 \text{ mm}$$

kjer je $K_T = 0.547 \text{ cm}^2/\text{g}$ **masni absorpcijski koeficient**. Za temperaturo lahko iz grafa modela odčitamo okoli:

$$T = 0.4337 T_c = 6.77 \cdot 10^6 \text{ K}$$

Tako je temperaturni gradient:

$$\frac{dT}{dr} = -1.28 \frac{T_c}{R_{\odot}} = -0.0287 \text{ K/m}$$

Iz tega dobimo:

$$L_{\odot} = 2.24 \cdot 10^{27} \text{ W}$$

Izkaze se, da moramo upoštevati se druge sipalne procese, kot samo Thomsonovo. Pogledali smo si en članek ki upošteva več sipalnih procesov in smo ugotovili, da mora biti masni absorpcijski koeficient v bistvu $K_T = 2.5 \text{ cm}^2/\text{g}$. S tem je Izsev 4.5x manjši kot to kar smo ocenili prej. To nam da boljšo oceno.

Kaj omogoči, da sploh kaj vemo o zvezdah?

Črno telo si lahko predstavljamo kot votlino z majhno luknjo, ki je v termičnem ravnovesju z okolico in iz katere težko uhajajo fotoni. Iz zvezd uhaja le majhen delež fotonov. Zato jih lahko približno smatramo kot črna telesa.

To da zvezde niso perfektna črna telesa nam sploh omogoči, da vemo iz česa so. Če bi bila, bi njihove spektre opisal Planckov zakon, ki ima le T kot prosti parameter. Torej drugega kot njihovo temperaturo ne bi mogli ugotoviti.

Hertzsprung-Russelov Diagram

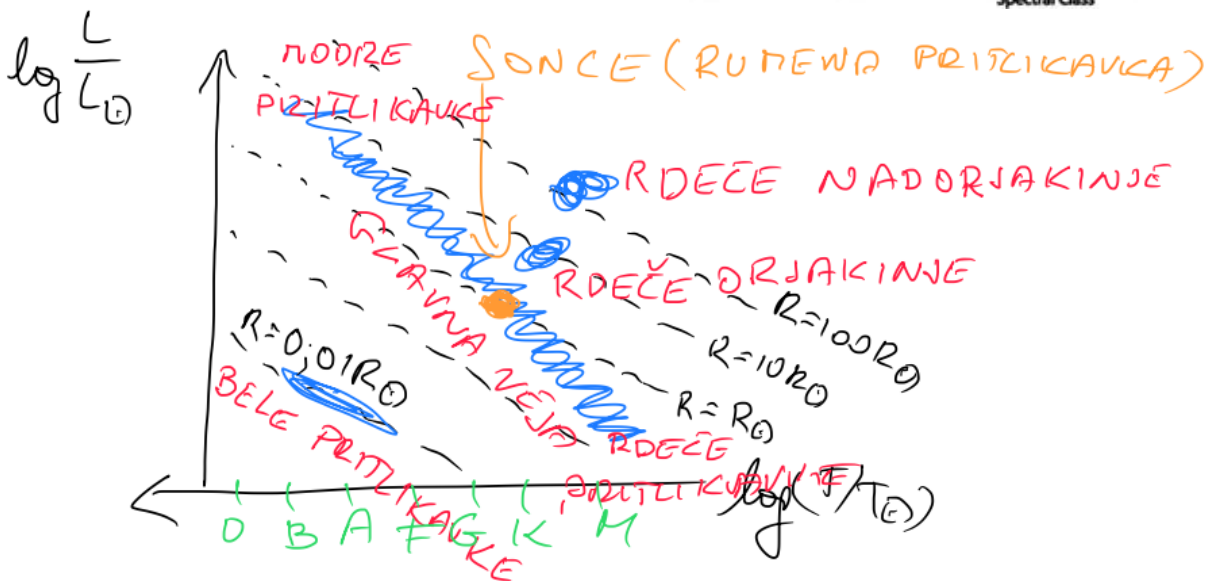
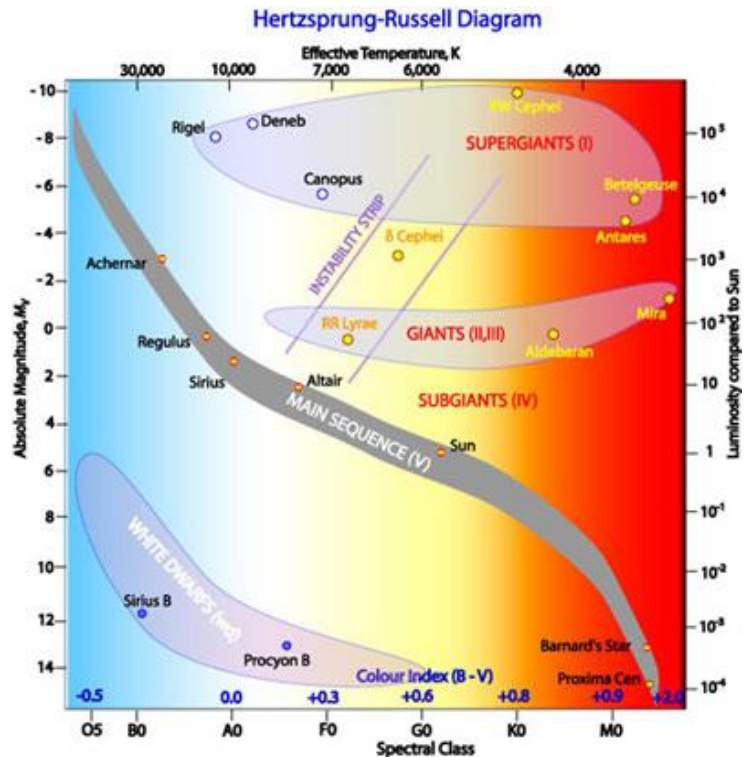
Hertzsprung-Russelov diagram oz. HR diagram je scatter plot absolutnih magnitud proti njihovem barvnem indeksu oz. izseva proti njihovi efektivni temperaturi (običajno v log skali, ta ta druga opcija).

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4$$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$$

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 2 \log \frac{R}{R_{\odot}} + 4 \log \frac{T}{T_{\odot}}$$



Zvezde glavne veje so tiste, ki spajajo vodik v helij v svoji sredici. To je najdaljše obdobje življenja zvezde. Vsem zvezdam na glavni veji pravimo, da so **pritlikave**. Položaj na glavni veji določa masa zvezde.

Klasifikacija zvezd

Za sonce pravimo, da je **G2V** zvezda, kjer je **V** rimska pet in je velikostni razred, **G** je spektralni tip in 2 je podrazred (0 je najbolj vroča znotraj spektralnega tipa in 9 je najbolj hladna).

Spektralni tipi so:

Oh Be A Fine Girl/Guy Kiss Me, Right Now! (O, B, A, F, G, K, M, R, N)

Velikostni razredi so:

- *Ia* za hypergiants
- *Ia/Ib* za super giants
- *II* za bright giants
- *III* za giants
- *IV* za subgiants
- *V* za main sequence
- *VI* se ne uporablja
- *VII* za white dwarfs

Spektri zvezd

Vodikov atom

Za energijske nivoje v spektru vodika vemo da velja:

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad E_0 = 13.6 \text{ eV}$$

kjer je $n = 1$ **osnovno stanje**. Vsa stanja dalje, so pa vzbujena. Za energijo izsevanega fotona vemo da velja:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Tako ima izsevan foton pri prehodu $n_z \rightarrow n_k$ energijo:

$$E = E_{n_k} - E_{n_z} = -E_0 \left(\frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_z^2} \right)$$

Oz. Valovno dolžino:

$$\lambda = \frac{hc/E_0}{\frac{1}{n_z^2} - \frac{1}{n_k^2}} = \frac{91.2 \text{ nm}}{\frac{1}{n_z^2} - \frac{1}{n_k^2}}$$

Ce v spektru zvezde prepoznamo celo serijo črt lahko rečemo, da je nek element prisoten v zvezdi.

Vodikove črte

Lymanova Serija

So prehodi iz osnovnega v vzbujena oz. iz vzbujenih v osnovnega:

$$\begin{aligned} n = 1 \rightarrow n = 2 & \quad Ly\alpha \\ n = 1 \rightarrow n = 3 & \quad Ly\beta \\ n = 1 \rightarrow n = 4 & \quad Ly\gamma \\ & \quad \vdots \end{aligned}$$

Balmerjeva Serija

So prehodi iz prvega vzbujenega v višja vzbujena oz. obratno:

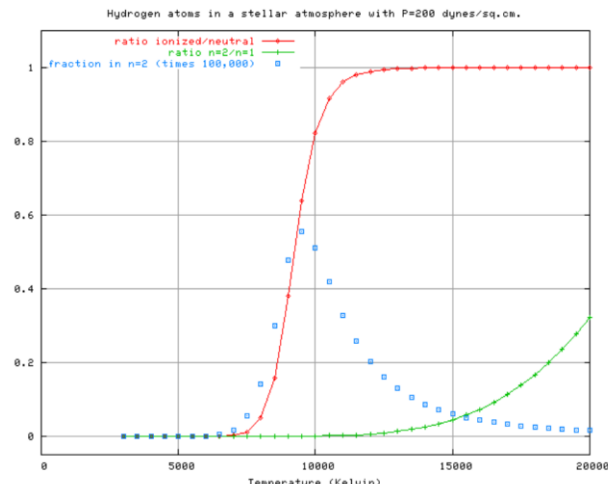
$$\begin{aligned} n = 2 &\rightarrow n = 3 & H\alpha \\ n = 2 &\rightarrow n = 4 & H\beta \\ n = 2 &\rightarrow n = 5 & H\gamma \\ &\vdots & \end{aligned}$$

Paschenova Serija

So prehodi iz drugega vzbujenega v višja vzbujena oz. obratno.

Označujejo se $Pa\alpha, Pa\beta, \dots$

Ne sme se zgoditi, da imamo ioniziran ves H in hkrati ne sme biti ves H v osnovnem stanju (??). Vidimo, da ima Balmerjeva serija vrhunec okoli 10000 K.



Ionizacijo plina pri določeni temperaturi in tlaku opisuje **Sahova ionizacijska enačba**. Včasih se je verjelo, da so zvezde pretežno iz Fe . **Cecilia Payne-Gaposchkin** je v svojem doktoratu napisala razlago, da so zvezde pretežno iz H in He .

Uporabnost spektra zvezd

Prisotnost posameznih absorpcijskih črt ni samo odvisna od kemične sestave ampak tudi od temperature (in nekaj malo od gostote atmosfere zvezde). Z modeliranjem (oz. s primerjavami teh črt) lahko določimo temperaturo zvezde. Paziti moramo tudi na relativistični Dopplerjev pojav. Ta podatek nam omogoči izračunati gibanje zvezde (v radialni smeri). Dopplerjev shift je tako majhen, da zvezde ne spremenijo barve. Se pa zamaknejo črte v njihovem spektru. Iz tega, da vemo kje bi morale biti lahko ugotovimo radialno hitrost zvezde. Pri tem moramo biti pozorni tudi na termično gibanje znotraj zvezde, ki nekoliko razširi črte. Tudi rotacijsko hitrost zvezde lahko ugotovimo iz spektra. Ena stran zvezde se približuje, druga pa oddaljuje. Spet iz zamaknjenih črt v obe smeri lahko ugotovimo hitrost, kljub temu, da je zvezda praktično točkasta na posnetku.

Sestava sonca: podrobneje

Elem.	Photosphere	Meteorites	Elem.	Photosphere	Meteorites	Elem.	Photosphere	Meteorites	Elem.	Photosphere	Meteorites				
1	H	12.00	8.22 ± 0.04	44	Ru	1.75 ± 0.08	1.76 ± 0.03	20	Ca	6.34 ± 0.04	6.29 ± 0.02	64	Gd	1.07 ± 0.04	1.05 ± 0.02
2	He	[10.93 ± 0.01]	1.29	45	Rh	0.91 ± 0.10	1.06 ± 0.04	21	Sc	3.15 ± 0.04	3.05 ± 0.02	65	Tb	0.30 ± 0.10	0.32 ± 0.03
3	Li	1.05 ± 0.10	3.26 ± 0.05	46	Pd	1.57 ± 0.10	1.65 ± 0.02	22	Ti	4.95 ± 0.05	4.91 ± 0.03	66	Dy	1.10 ± 0.04	1.13 ± 0.02
4	Be	1.38 ± 0.09	1.30 ± 0.03	47	Ag	0.94 ± 0.10	1.20 ± 0.02	23	V	3.93 ± 0.08	3.96 ± 0.02	67	Ho	0.48 ± 0.11	0.47 ± 0.03
5	B	2.70 ± 0.20	2.79 ± 0.04	48	Cd		1.71 ± 0.03	24	Cr	5.64 ± 0.04	5.64 ± 0.01	68	Er	0.92 ± 0.05	0.92 ± 0.02
6	C	8.43 ± 0.05	7.39 ± 0.04	49	In	0.80 ± 0.20	0.76 ± 0.03	25	Mn	5.43 ± 0.05	5.48 ± 0.01	69	Tm	0.10 ± 0.04	0.12 ± 0.03
7	N	7.83 ± 0.05	6.26 ± 0.06	50	Sn	2.04 ± 0.10	2.07 ± 0.06	26	Fe	7.50 ± 0.04	7.45 ± 0.01	70	Yb	0.84 ± 0.11	0.92 ± 0.02
8	O	8.69 ± 0.05	8.40 ± 0.04	51	Sb		1.01 ± 0.06	27	Co	4.99 ± 0.07	4.87 ± 0.01	71	Lu	0.10 ± 0.09	0.09 ± 0.02
9	F	4.56 ± 0.30	4.42 ± 0.06	52	Te		2.18 ± 0.03	28	Ni	6.22 ± 0.04	6.20 ± 0.01	72	Hf	0.85 ± 0.04	0.71 ± 0.02
10	Ne	[7.93 ± 0.10]	-1.12	53	I		1.55 ± 0.08	29	Cu	4.19 ± 0.04	4.25 ± 0.04	73	Ta		-0.12 ± 0.04
11	Na	6.24 ± 0.04	6.27 ± 0.02	54	Xe	[2.24 ± 0.06]	-1.95	30	Zn	4.56 ± 0.05	4.63 ± 0.04	74	W	0.85 ± 0.12	0.65 ± 0.04
12	Mg	7.60 ± 0.04	7.53 ± 0.01	55	Cs		1.08 ± 0.02	31	Ga	3.04 ± 0.09	3.08 ± 0.02	75	Re		0.26 ± 0.04
13	Al	6.45 ± 0.03	6.43 ± 0.01	56	Ba	2.18 ± 0.09	2.18 ± 0.03	32	Ge	3.65 ± 0.10	3.58 ± 0.04	76	Os	1.40 ± 0.08	1.35 ± 0.03
14	Si	7.51 ± 0.03	7.51 ± 0.01	57	La	1.10 ± 0.04	1.17 ± 0.02	33	As		2.30 ± 0.04	77	Ir	1.38 ± 0.07	1.32 ± 0.02
15	P	5.41 ± 0.03	5.43 ± 0.04	58	Ce	1.58 ± 0.04	1.58 ± 0.02	34	Se		3.34 ± 0.03	78	Pt		1.62 ± 0.03
16	S	7.12 ± 0.03	7.15 ± 0.02	59	Pr	0.72 ± 0.04	0.76 ± 0.03	35	Br		2.54 ± 0.06	79	Au	0.92 ± 0.10	0.80 ± 0.04
17	Cl	5.50 ± 0.30	5.23 ± 0.06	60	Nd	1.42 ± 0.04	1.45 ± 0.02	36	Kr	[3.25 ± 0.06]	-2.27	80	Hg		1.17 ± 0.08
18	Ar	[6.40 ± 0.13]	-0.50	62	Sm	0.96 ± 0.04	0.94 ± 0.02	37	Rb	2.52 ± 0.10	2.36 ± 0.03	81	Tl	0.90 ± 0.20	0.77 ± 0.03
19	K	5.03 ± 0.09	5.08 ± 0.02	63	Eu	0.52 ± 0.04	0.51 ± 0.02	38	Sr	2.87 ± 0.07	2.88 ± 0.03	82	Pb	1.75 ± 0.10	2.04 ± 0.03
								39	Y	2.21 ± 0.05	2.17 ± 0.04	83	Bi		0.65 ± 0.04
								40	Zr	2.58 ± 0.04	2.53 ± 0.04	90	Th	0.02 ± 0.10	0.06 ± 0.03
								41	Nb	1.46 ± 0.04	1.41 ± 0.04	92	U		-0.54 ± 0.03
								42	Mo	1.88 ± 0.08	1.94 ± 0.04				

be discussed in Sect. 4.1. [Throughout this review, we adopt the customary astronomical scale for logarithmic abundances where hydrogen is defined to be $\log \epsilon_H = 12.00$, i.e. $\log \epsilon_X = \log(N_X/N_H) + 12$, where N_X and N_H are the number densities of element X and hydrogen, respectively.] Fig. 4 shows how the solar

Izražanje kemične sestave (chemical abundance ratios)

Za astronome so vsi elementi razen H in He kovine. Kovinskost definiramo kot razmerje vseh »kovin« proti vodik v primerjavi z razmerjem vseh »kovin« proti vodik v Soncu. Včasih je kovinskost tudi sinonim samo za prisotnost železa. Za železo recimo:

$$[Fe/H] = \log_{10} \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_* - \log_{10} \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{\odot}$$

Podobno lahko izračunamo tudi zastopanost elementa X . Običajno kot $[X/Fe]$. Po skupinah je pomembna zastopanost α elementov ($C, O, Ne, Mg, Si, S, Ar, Ca, \dots$) kot $[\alpha/Fe]$. Enota kovinskosti oz. teh zastopanosti je **dex**, ki je kontrakcija »decimal exponent«.

Bolj kovinsko revne zvezde so (večinoma) starejše. Mlade zvezde so nastale kasneje in so nastale iz snovi, ki so jo prejšnje zvezde že obogatele z produkti nukleosinteze.

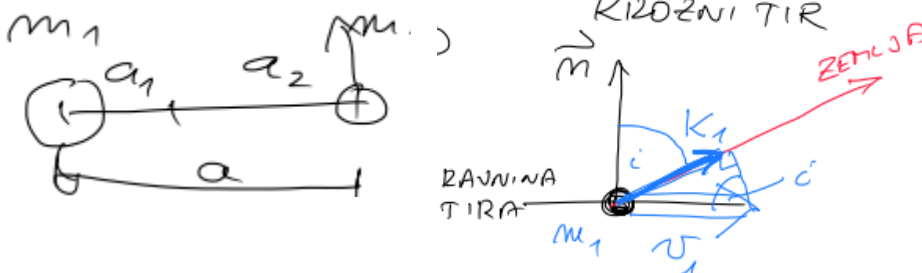
Zvezde dvojnice

Poznamo več vrst zvezd dvojnic:

- **Vizualne** dvojnice: Kotna razdalja med interagirajočima zvezdama je dovolj velika, da ju ločimo s teleskopom. Svetlejšo zvezdo določimo za *primary* zvezdo.
- **Spektroskopske** dvojnice: Prepoznamo iz Dopplerjevega zamika spektralnih črt obeh zvezd, ki kaže na to, da zvezdi krožita okoli skupnega težišča z neko periodo.
 - **SB1**: Vidimo samo Dopplerjev premik črt ene zvezde
 - **SB2**: Vidimo Dopplerjev premik črt obeh zvezd
- **Prekrivajoče** dvojnice: Orbitalna ravnina leži tako, da prihaja do mrkov med zvezdama.

Masi zvezd dvojnic (SB2)

$$a = a_1 + a_2$$
$$\frac{a_1}{a} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad \frac{a_2}{a} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$



Tako lahko zapišemo:

$$k_1 = v_1 \sin i = \frac{2\pi a_1}{P} \sin i = \frac{2\pi a}{P} \sin i \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$k_2 = v_2 \sin i = \frac{2\pi a_2}{P} \sin i = \frac{2\pi a}{P} \sin i \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Velja

$$k_1 + k_2 = \frac{2\pi a}{P} \sin i$$

Spomnimo se 3. Keplerjevega zakona:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Iz prejšnjega izraza lahko izrazimo $(a/P)^3$ in uporabimo 3.KZ:

$$\frac{(k_1 + k_2)^3}{\sin^3 i \cdot 8\pi^3} = \frac{a^3}{P^3} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Tako lahko izrazimo se vsoto mas:

$$m_1 + m_2 = \frac{(k_1 + k_2)^3 P}{2\pi G \sin^3 i}$$

Inklinacijo i izmeriti je precej zoperno. Vedno lahko recemo $\sin i = 1$ in dobimo spodnjo mejo za vsoto mas. Če pa imamo prekrivalno dvojnico potem pa lahko precej dobro določimo i .

Radija prekrivalnih dvojnic [Glej slike]

Če so poznane radialne hitrosti zvezd in časi tranzitov potem lahko izračunamo radija obeh zvezd.

$$\frac{t_d - t_a}{P} = 2 \frac{R_1 + R_2}{2\pi a} \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{4\pi}{P} (t_d - t_a) a$$

$$\frac{t_c - t_b}{P} = 2 \frac{R_1 - R_2}{2\pi a} \Rightarrow R_1 - R_2 = \frac{4\pi}{P} (t_c - t_b) a$$

Masa zvezd dvojnic (SB1)

SB1 dvojnica pomeni, da vidimo spektralne črte le od svetlejše zvezde.

$$k_1 = v_1 \sin i = \frac{2\pi a_1}{P} \sin i = \frac{2\pi a}{P} \sin i \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

Kar podobno kot prej lahko preko 3.KZ zapišemo kot:

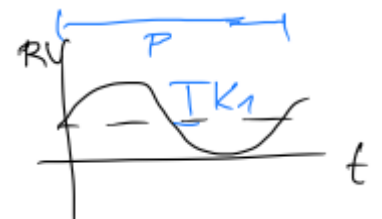
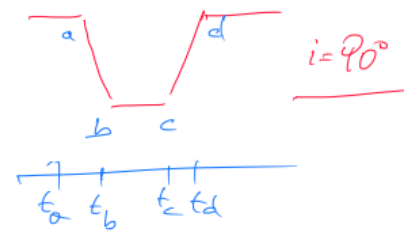
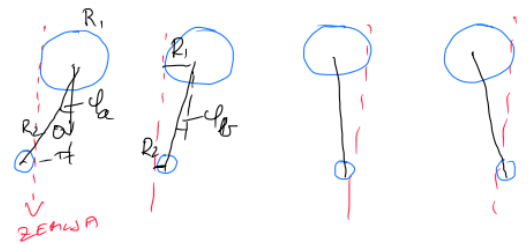
$$\frac{k_1^3 P}{\sin^3 i \cdot 8\pi^3} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^3 \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Izrazimo lahko t.i. **masno funkcijo**:

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{k_1^3 P}{2\pi G \sin^3 i}$$

Tako lahko dobimo le spodnjo mejo za m_2 :

$$m_2 \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} = m_2 \frac{1}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^2} < m_2$$



Lahko se zgodi, da preko takega opazovanja odkrijemo tudi črno luknjo. Če je produkt $k_1^3 P$ velik je npr. lahko $m_1 = 1M_\odot$, m_2 pa vsaj $5M_\odot$. V takih primerih se izkaze, da to ni običajna zvezda ampak ostanek zvezde po smrti (nek kompaktni objekt), ki je lahko tudi črna luknja.

Hierarhične trojnice

Izkaze se da je okoli $\sim 2\%$ zvezd v resnici v sistemu treh zvezd z identičnimi komponentami in dolgimi orbitalnimi periodami.

Mass-Luminosity Relation

Velja relacija

$$\left(\frac{L}{L_\odot}\right) = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^\alpha; \quad 1 < \alpha < 6$$

Za zvezde glavne veje HR diagrama načeloma velja:

- $M < 0.43M_\odot$: $\alpha = 2.3$
- $0.43M_\odot < M < 2M_\odot$: $\alpha = 4$
- $2M_\odot < M < 20M_\odot$: $\alpha = 3.5$
- $M > 20M_\odot$: $\alpha = 1$

Za zelo lahke zvezde je konvekcija glaven način transporta energije, zato se relacija tako spremeni. Za velike zvezde pa rata zadeva linearna zaradi povečanega fotonskega tlaka. Te relacije so ugotovili/umerili preko znanih mas raznih zvezd dvojnic.

Začetna masna funkcija (initial mass function)

Nam pove začetno porazdelitev zvezd po masah. Običajno jo opisujejo neke potenčne funkcije. IMF se običajno zapise kot $N(m)dm$. Torej število zvezd z masami v območju $m + dm$ na dani volumen.

$$N(m)dm \propto m^{-\alpha}$$

Recimo **Salpeterjeva funkcija**:

$$N(m)dm = N_0 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-\alpha} \left(\frac{dm}{M_\odot}\right); \quad \alpha = 2.35$$

kjer je N_0 konstanta povezana z lokalno gostoto zvezd.

Bistvo je, da so masivne zvezde redke!

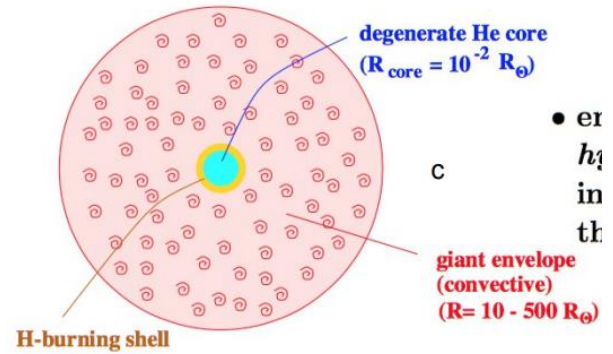
Razvoj zvezde po glavni veji

Čas na glavni veji lahko zapišemo kot:

$$t_{main} = 10^{10} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3} \text{ let}$$

Masa zvezde manjša od $8M_{\odot}$

Ko takšni zvezdi zmanjka vodika za spajanje, nastane izotermna sredica. Vodik se začne spajati v ovojnicu okoli sredice. Sredica zraste, dokler ta ne doseže 10% mase zvezde. Sredica je sedaj premasivna, da bi jo podpiral termični tlak, zato se začne krčiti. Sprošča se gravitacijska energija. Sredica je vedno gostejša in bolj vroča. Ovojnica se razpne. Za zvezde z $M < 2M_{\odot}$ se krčenje sredice konča, ko postane sredica degenerirana. Pri večjih masah se pred degeneracijo začne spajati He .

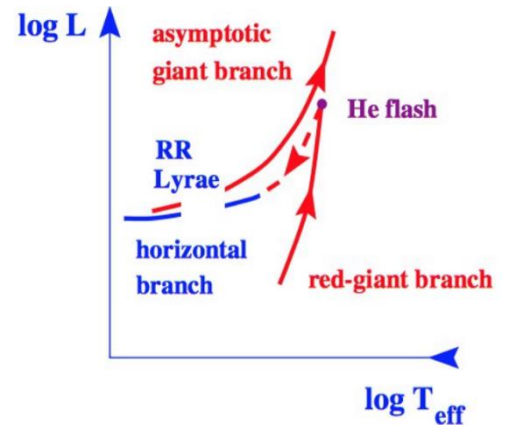


Rdeča orjakinja

V prej opisanem poteku zvezda postane rdeča orjakinja, ko spaja vodik v tanki plasti nad degenerirano sredico. Masa sredice raste, temperatura v plasti nad sredico raste, izsev raste in zvezda se vzpenja po veji orjakinj (RGB – red giant branch). Radij zvezde znatno naraste.

Helijev blišč

Ko masa sredice doseže $0.48M_{\odot}$ pride tam do degeneriranega spajanja helija. To imenujemo **helijev blišč**. Zvezde ne raznese, a sredica se razpne in ohladi, zato izsev naglo pade. Zvezda se usede na horizontalno vejo.



Asimptotska veja orjakinj

Spet se spaja H in tudi He v tankih plasteh nad sredico. Vodik in Helij se spajata izmenjaje. Imamo **termične pulzacije**. Zvezde z maso manjšo od $8M_{\odot}$ ne morejo spajati elementov bistveno težjih od He . Kvečjemu potek $He \rightarrow C, N, O, Ne, Mg$. Sčasoma zvezda izgubi ovojnico. Zagledamo vročo C, O sredico, ki ionizira »odpihlo« ovojnico. Dobimo **planetarno meglico**. C, O sredica se ohladi in nastane **bela pritlikavka**. Večinoma so mase belih pritlikavk ($\sim 0.58 \pm 0.02$) M_{\odot} , velike približno toliko kot Zemlja. Večinoma so C, O . Sicer so pa možne tudi He in $O - Ne - Mg$ bele pritlikavke.

Kako skupaj pade bela pritlikavka/nevtronska zvezda? (Lastnosti degeneriranega plina)

Poglejmo si tlak degeneriranega plina. Delci (elektroni) se odbijajo zaradi kvantnomehanskih pojavov (Paulijevo izključitveno načelo).

$$\mathcal{P} = \frac{F_x}{S} = \frac{dG_x}{dS} = \frac{nS dx}{S} p_x = nv_x p_x$$

kjer je \mathcal{P} tlak in p_x gibalna količina enega delca. Klasično velja $v_x = p_x/m$. Relativistično pa moramo upoštevati nedoločenost gibalne količine:

$$p_x \propto \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x} \propto \frac{h}{a}$$

kjer je a razdalja med delci. 1 delec zavzame volumen a^3 , zato velja $a^3 = V/N = 1/n$. Torej za gibalno količino velja:

$$p_x \propto \frac{h}{a} \propto hn^{\frac{1}{3}}$$

Tako je tlak:

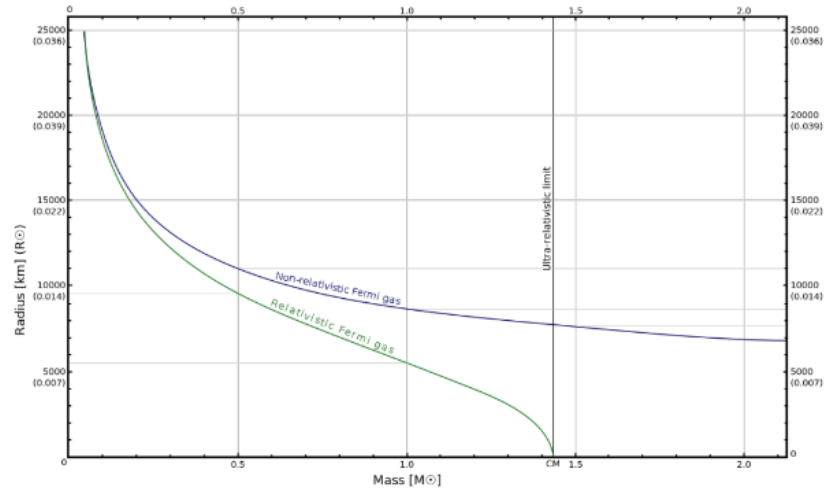
$$\mathcal{P} \propto \frac{n\hbar n^{2/3}}{m} \propto n^{5/3} \propto \rho^{5/3}$$

Spomnimo se hidrostatičnega ravnovesja sil:

$$\frac{d\mathcal{P}}{dr} = -\rho \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \mathcal{P} \propto \frac{GM^2}{R^4} \propto \rho^{5/3}$$

$$\frac{M^2}{R^4} \propto \rho^{5/3} \propto \left(\frac{M}{R^3}\right)^{5/3}$$

$$\Rightarrow R^3 \propto \frac{1}{M}$$



Bolj masivna kot je bela pritlikavka, manjša je.

Super relativistična limita $v_x \cong c$ (Pot k nevtronskim zvezdam)

$$\mathcal{P} = nv_x p_x \cong ncp_x \propto nc n^{4/3} \propto n^{4/3} \propto \rho^{4/3}$$

Zapišimo:

$$\mathcal{P} \propto \rho^{\frac{4}{3}+\epsilon}$$

kjer velja $\epsilon \rightarrow 0$ za relativistično limito (in $\epsilon \rightarrow 1/3$ za nerelativistično). Torej izračunamo:

$$\frac{M^2}{R^4} \propto \left(\frac{M^{\frac{4}{3}+\epsilon}}{R^{3 \cdot (\frac{4}{3}+\epsilon)}} \right)$$

$$\Rightarrow R \propto M^{\frac{1}{3} - \frac{2}{9\epsilon}}$$

Ce je $\epsilon \rightarrow 0$ dobimo:

$$R \propto M^{-\infty}$$

Masa pri kateri bela pritlikavka pade skupaj (elektroni ne držijo dovolj tlaka) je $1.4 M_{\odot}$ in se imenuje **Chandrasekharjeva meja**. Taksno zvezdo rešijo nevtroni, ki so masivnejši, torej se za isti p_x lahko gibljejo počasneje. Imamo **nevtronsko zvezdo**. Gostota snovi v nevtronski zvezdi je primerljiva z gostoto znotraj enega atomskega jedra. Običajno se atomi ne stikajo. **Tukaj pa se!**

Nevtronska zvezda je potem vsaj 10^{15} gostejša od normalne snovi. 1 cm^3 tehta toliko kot celo človeštvo. Tlak je kompletno neodvisen od temperature. Pri dovolj velikih masah zvezde morajo iti tudi nevtroni superrelativistično, če bi želeli vzdrževati tlak. Ta meja je okoli $2.2 M_{\odot}$ do $3 M_{\odot}$. Tega ne uspejo. **Nastala bo črna luknja.**

Masivne zvezde ($M > 13 M_{\odot}$)

V njih poteka spajanje vse do železa. Potem pa pride do supernove.

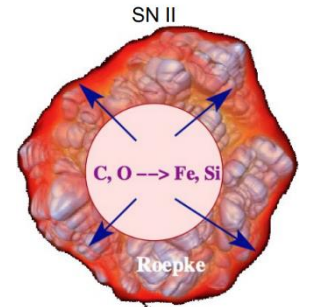
Eksplodizija supernove tipa II

SN II se zgodi, ko zvezdi zmanjka goriva in če je masa železnega jedra večja od Chandrasekharjeve meje. Vir je gravitacijska energija sesedajočega se jedra $\sim 10\% mc^2$ nevtronske zvezde oz. okoli $10^{46} J$. Večino energije odnesejo nevtrini. Če se (ne vemo, kako) $\sim 1\%$ oz. $10^{44} J$ absorbira, to **izvrže ovojnico** in dobimo supernovo. Izvržena ovojnica je bogata s produkti preteklih jedrskih reakcij. Od *He* do *Fe* (z precej α elementi). Preostane kompakten objekt: **nevtronska zvezda ali črna luknja**.



Eksplodizija supernove tipa I

Do take supernove pride, ko **CO bela pritlikavka** preseže Chandrasekharjevo maso, zaradi akrecije snovi na CO pritlikavko ali spajanja dveh pritlikavk. Pride do spajanja ogljika pod degeneriranimi pogoji. Zgodi se **termonuklearna katastrofa**. Sledi **popolno uničenje zvezde**. Energijski vir je nuklearna vezavna energija $10^{44} J$. Ne pričakujemo nastanka kompaktnega objekta. V takih SN se sprosti veliko železa (lažji elementi pa ne, ker se vsi spojijo do železa). Take eksplozije so standardni svetilniki.



Črte pri eksplozijah supernov

- **SN I:** V spektru ni črt vodika. Termonuklearna eksplozija degenerirane pritlikavke
- **SN II:** V spektru tudi črte vodika. Implozija jedra in nastanek nevtronske zvezde ali črne luknje.

Obstajajo tudi vmesni tipi, recimo *SN 1987A*, ki je bila pred eksplozijo modra in ne rdeča orjakinja.

Relaksacijski časi zvezd

Dinamični relaksacijski čas:

$$t_{dyn} \cong \frac{1}{\sqrt{4G\rho}} \sim 30 \left(\frac{\rho}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)^{-1/2} \text{ min}$$

Termični relaksacijski čas (Kelvin-Helmholtz):

$$t_{KH} \cong \frac{GM^2}{2RL} \sim 1.5 \cdot 10^7 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^{-1} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right)^{-1} \text{ let}$$

Nuklearni relaksacijski čas:

$$t_{nuc} \cong \frac{M_c}{M} \eta \frac{Mc^2}{L} \sim 10^{10} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-3} \text{ let}$$

kjer je M_c masa jedra in η izkoristek jedrskih procesov.

Example	t_{dyn}	t_{KH}	t_{nuc}
<i>main-sequence stars</i>			
a) $M = 0.1 M_{\odot}$, $L = 10^{-3} L_{\odot}$, $R = 0.15 R_{\odot}$	4 min	10^9 yr	10^{12} yr
b) $M = 1 M_{\odot}$, $L = 1 L_{\odot}$, $R = 1 R_{\odot}$	30 min	$15 \times 10^6 \text{ yr}$	10^{10} yr
c) $M = 30 M_{\odot}$, $L = 2 \times 10^5 L_{\odot}$, $R = 20 R_{\odot}$	400 min	$3 \times 10^3 \text{ yr}$	$2 \times 10^6 \text{ yr}$
<i>red giant</i> ($M = 1 M_{\odot}$, $L = 10^3 L_{\odot}$, $R = 200 R_{\odot}$)	50 d	75 yr	
<i>white dwarf</i> ($M = 1 M_{\odot}$, $L = 5 \times 10^{-3} L_{\odot}$, $R = 2.6 \times 10^{-3} R_{\odot}$)	7 s	10^{11} yr	
<i>neutron star</i> ($M = 1.4 M_{\odot}$, $L = 0.2 L_{\odot}$, $R = 10 \text{ km}$, $T_{eff} = 10^6 \text{ K}$)	0.1 ms	10^{13} yr	

Končna stanja zvezd

Imamo 3 možnosti:

- Sredica zvezde postane degenerirana in jedrsko zlivanje se ustavi. Ob tem zvezda izgubi ovojnico. Nastane **degenerirana bela pritlikavka**.
- Sredica zvezde postane degenerirana, v njej pa eksplozivno steče jedrsko zlivanje (npr. *C*). Sledi **popolno uničenje zvezde v SN I**

- Zvezda porabi vse jedrsko gorivo. Masa jedra preseže Chandrasekharjevo mejo. Sledi kolaps jedra. Prestane **kompakten objekt** (nevtronska zvezda, črna luknja).

Nastanek zvezd

Zvezde so začele nastajati že kmalu (~ 400 milijonov let) po velikem poku. Sprva so bile le iz vodika in helija. Zato so precej prozorne in masivne. Posledično so imele kratke življenjske dobe in jih danes ni več. (Sicer pa morda lahko vidimo 2. generacijo zvezd, ki so celo v naši okolici npr. **Kellerjeva zvezda**).

Zvezde nastajajo v molekularnih oblakih (katerih gostota je mnogo večja od okolice). Zvezde nastajajo v kopicah. Nastanejo v dinamičnem relaksacijskem času. Praviloma jih nastane veliko naenkrat. Praviloma je bila vsaka zvezda pripadnica kopice. Pomemben je povratni odziv (protozvezd)

Sile ob nastanku (Jeansova masa)

Snov skupaj vleče gravitacija. Gravitacijski sili se upirajo: tlak plina, turbulentna gibanja, magnetna polja in sevalni tlak. Vse te mehanizme moramo upoštevati. Zgodnja ideja je **Jeansova masa**. Torej, da je oblak plina gravitacijsko vezan, ko gravitacijska energija prevladuje nad termično:

$$W_g + W_T < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} k_B T \frac{M}{m} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} < 0$$

Lahko dobimo funkcijo $M(T, n)$ ce nadomestimo radij z M in n . Tipično so vrednosti okoli $T = 10, \dots, 100K$ in $n = 10, \dots, 100 \text{ cm}^{-3}$. **Jeansova masa nam da minimalno maso, da bo oblak plina gravitacijsko vezan.**

Težave z Jeansovo sliko

Molekularni oblaki so Jeansovo nestabilni, kljub temu pa hitro nastajanje zvezd ni opaženo. Pomembna je vloga nadzvočne turbulence in gravitacije. Turbulenca na velikih skalah preprečuje kolaps, na majhnih pa ga lahko povzroči. Pričakujemo velik delež večkratnih zvezd in zapleteno strukturo nastalih zvezdnih kopic.

Dejansko dogajanje v oblaku [Glej slike na .ppt]

Turbulenca ustvari hierarhijo zgoščin. Ko se turbulenca lokalno umiri, se začne lokalni kolaps, ki po krčenju iz najgostejših zgoščin ustvari prve zvezde. Nastanejo prve zvezde. V gostejših območjih pride do združevanja, tako da vsebujejo po več protozvezd. V gostih območjih pride do kompetitivne rasti po masi. Objekte z majhno maso pa lahko izveze. **Povratni vpliv masivnih zvezd** ustavi nastajanje zvezd (z svojo svetlobo odrinejo plin in prah).

Rezultat je zvezna kopica, lahko z območjem ioniziranega vodika *HII*. Tega ne vidimo, vidimo pa vzbujen vodik.

Zvezdne kopice

Zvezdne kopice so iz enotne populacije zvezd. Zvezde so bile rojene (skoraj) hkrati in iz istega oblaka, torej imajo isto starost in kemično sestavo.

Odrpte (razsute) kopice:

Vsebujejo od 10 do 1000 zvezd. Običajno so nepravilnih oblik. Večinoma jih najdemo malo ven iz galaktičnega diska. Precej sferno simetrično so razporejene okoli središča galaksije (v galaktičnem haloju).

Kroglaste kopice

Vsebujejo od 1000 do 1000000 zvezd. Imajo kroglasto osrednjo zgoščitev. Večinoma jih najdemo v disku galaksije.

Galaksije

Vsebujejo milijarde zvezd (pritlikave galaksije jih imajo lahko mnogo manj). Zvezde so različnih starosti in kemičnih sestav.

Jate galaksij

Nekaj deset galaksij, ki krožijo ena okoli druge. Torej tvorijo gravitacijsko vezani sistem.

Superjate galaksij

Tisoč galaksij in bilijoni zvezd. So največje vezane strukture v Vesolju.

Izohrone in razvojne sledi

Za zvezdo pri dani masi lahko gledamo, kako se njen položaj na HR diagramu razvija s časom. Temu pravimo **razvojna sled**. Za skupino zvezd s porazdelitvijo mas lahko narišemo, kje na HR diagramu bojo ob določenem času. Tem krivuljam pravimo **izohrone**.

HR diagram kopice vsebuje torej informacije o starosti in o kemični sestavi kopice.

Teoretične izohrone

Koleno glavne veje (Main Sequence Turn Off point) je dober indikator starosti kopice. Magnituda kolena glavne veje je odvisna od razdalje. Barva pa je odvisna o kovinskosti. Zvezde z več težkimi elementi (kovinsko bogate) so nekoliko bolj rdeče.

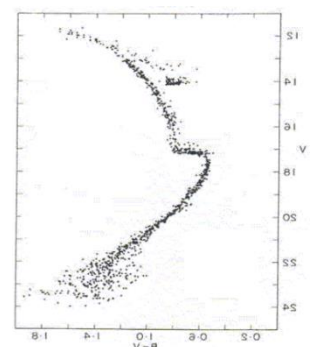
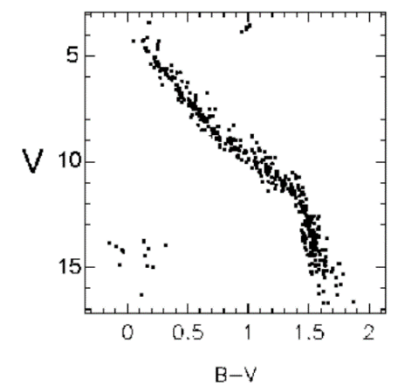
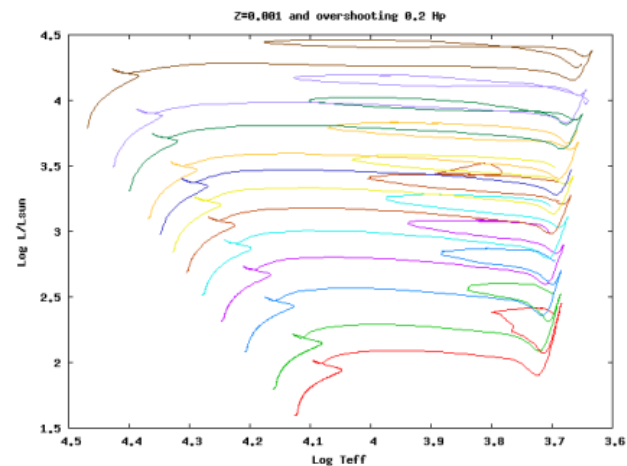
Za dano kemično sestavo in razdaljo skušamo modelsko določiti starost.

Mlade kopice (večinoma odrpte)

Najbolj vpadljiva struktura je glavna veja. Ni bilo se dovolj časa, da bi zvezde zapustile glavno vejo.

Stare kopice (veliko kroglastih)

Le najtemnejše zvezde (majhnih mas) so se na glavni veji. Večina zvezd v HR diagramu je v fazah razvoja po glavni veji. V starih kopicah so svetle modre zvezde na horizontalni veji, medtem ko so samo rumeno rdeče zvezde orjakinje.



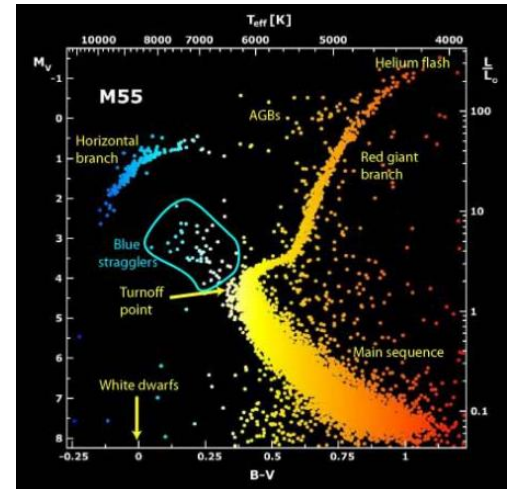
Opazovalne težave

Neničelna širina kolena glavne veje (zvezde dvojnice). Obstoj modrih obotavljivk (**Blue Stragglers**), ki so verjetno dvojne zvezde, ki interagirajo npr. ena druga krade maso in je potem masivnejša).

Pulzirajoče zvezde (kefeide)

Pulzirajoče zvezde so standardni svetilniki v vesolju. Perioda utripa je odvisna od izseva (bolj temne zvezde utripajo hitreje, bolj svetle pa počasneje). Preko znanega izseva (ki ga dobimo preko meritve periode) in navidezne magnitude (kar ni problem ker so te zvezde svetle), lahko izračunamo razdaljo do njih. Te zvezde pulzirajo zaradi ioniziranega helija, ki je prisoten v zunanjem delu zvezdine atmosfere. Ko se atmosfera skrči, se po virialnem teoremu segreje in rata manj prozorna (dvakrat ioniziran helij je manj prozoren), kar ujame več fotonov, ki jo spet razpnejo, kjer se ohladi in rata spet bolj prozorna.

[Tu je nekaj o misiji Gaia in o 3D položajih in 3D gibanju zvezd]



Medzvezdni prostor

Medzvezdni prostor ni povsem prazen. Ponekod so pogoji celo blizu pogojev Jeansove nestabilnosti. Imamo prisotnost več vrst meglic.

Temne meglice

Primeri: Coal Sack, Barnard 68, Horse Head IC 434

Temne meglice so iz prašnih delcev velikosti okoli od 100 do 200 nm. Torej blokirajo vidno svetlobo, infrardečo pa prepuščajo. Prah je iz drobnih zrn silikatov, podobno kot na zemlji. Ta prah nastane v atmosferi zvezd (npr. pri zvezdah na AGB ga veliko nastane pri supernovi).

Tipično se v naključni smeri po nebu absorbira kakšne 4% svetlobe. V območjih s prahom pa mnogo več. V ravnini Rimske ceste recimo, je ogromno prahu in s tem mnogo več absorpcije (brez prahu bi bilo lahko tudi 10x do 1000000x svetlejše).

Refleksijske meglice

Primer: Witch head nebula IC2118 (Blizu zvezde Rigel v Orionu. Je iz drobnega prahu, ki odbija Riglovo svetlobo).

Oblaki prahu odbijajo svetlobo od bližnjih zvezd. Njihov spekter je tak, kot od zvezde, katere svetlobo odbijajo. Modre valovne dolžine se veliko bolj sipajo zato so te meglice v glavnem modre (zaradi istega razloga, je nase nebo modro).

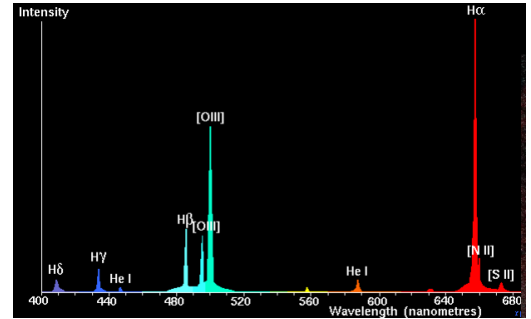


Emisijske meglice

Primer: *Eta Carinae (Eta Gredlja)* (Njen spekter ima ogromno špico pri $H\alpha$ in ima samo par drugih špic se)

Emisijske meglice niso iz prahu ampak iz plina. To da imajo emisijske spice in tak "nezvezen" spekter je bistvena drugacnost.

Oklepaji okoli prehoda označujejo **prepovedan prehod**. Nekaj kar je v kvantni mehaniki prepovedano pri obicajnih pogojih. V vesolju pa niso standardni pogoji (manjsa gostota, torej torki ne motijo in imamo zelo veliko plina).



Območja ioniziranega vodika (HII regions)

Primer: *Meglica Rozeta*

Ob zelo vročih zvezdah (recimo tipa *O* in *B*) imamo lahko območje ioniziranega vodika (v Strömgrenovi krogli -> območje vpliva), okoli pa vidimo emisijo Balmerjevih črt vodika, zlasti rdeče črte $H\alpha$.



Planetarne meglice

So tudi emisijske meglice, ki jih »napaja« bela pritlikavka. (Torej ionizira okoliški plin).

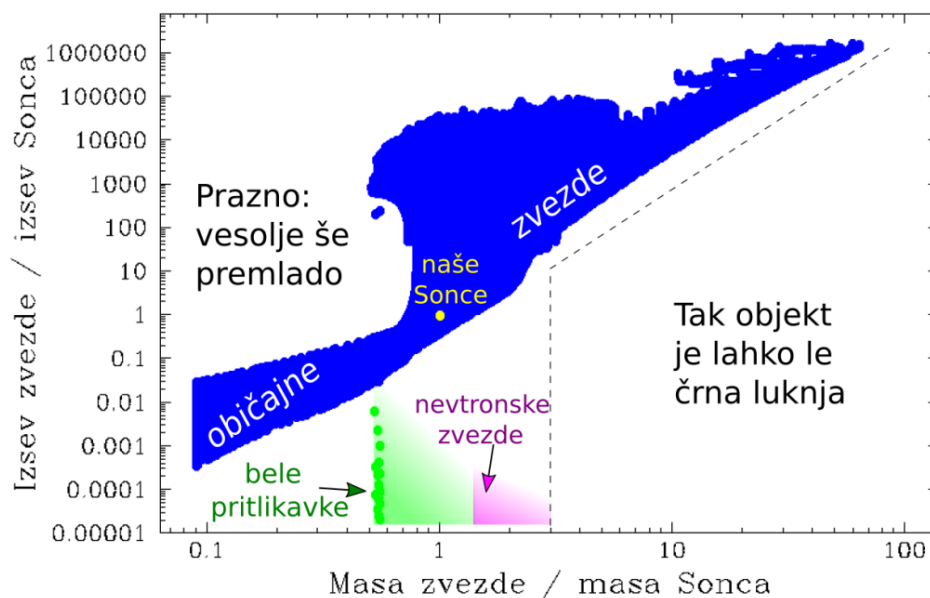
Ostanki supernov

Ostanki ioniziranega vročega plina, ki prav tako seva. Ta plin je zelo hiter. Lahko tudi do $0.1c$.

Svetlobni odmev (light echo)

Nekateri fotoni grejo direktno od zvezde, ki je malo posvetlila, k nam. Nekateri pa se na prahu reflektirajo in rabijo malo dlje. Ta odmev svetlobe ima elipsoidasto obliko. Vedno bolj oddaljen (od zvezde) prah reflektira svetlobo. Ker pa to traja, da mi vidimo, zglada kot da raste neka ovojnica prahu.

Izsevi različnih tipov zvezd



Bele pritlikavke in Pulzarji

Zvezde stvari kot spreminjanje intenzitete sija lahko delajo najhitreje v dinamičnem času. Če opazimo nihanje svetlobe s periodo recimo 10 *sec* je to bela pritlikavka. Zvezda se vrti. Ne eni strani je svetlejša, na drugi pa temnejša. Prisotnost vodika v beli pritlikavki pomeni, da krade ovojnico sosedi (torej je v dvojnem sistemu).

Pulzarji so kompaktni objekti (običajno nevtronske zvezde ali pa tudi bele pritlikavke), ki imajo curke sevanja zelo hitrih e^- . Pulzarji se hitro vrtijo zaradi ohranjanja vrtilne količine, ko jim radij pade recimo iz $0.1R_{\odot} \rightarrow 10 \text{ km}$ in jim zato ω zelo poraste. Pulzarji v resnici sevajo izotropno v svojem sistemu, ko pa to transformiramo z Lorentzovo transformacijo pa se sevanje pomakne v smer gibanja v našem sistemu.

Črne luknje

Lastnostni črne luknje

Črno luknji povsem opisujejo:

- Njena masa oz. velikost
- Hitrost vrtenja in os okoli katere se suče

Torej preprost opis: »**no-hair theorem**«. O lastnostih snovi znotraj r_G ne moremo vedeti ničesar. Črne luknje najdemo če opazimo precej lečenja ozadja ali pa če je v dvojnem sistemu z kako drugo zvezdo.

Polmer in gostota

Pot izpeljave ni natančna, a rezultat se pa dobi ok:

$$v_{\text{escape}} = c = \sqrt{2GM/r_G}$$
$$\Rightarrow R_G = \frac{2GM}{c^2}$$

Ta polmer pripada površini krogle iz katere ne more pobegniti niti svetloba. To je območje črne luknje. Ta račun ni povsem korekten, k sreči pa da splošna teorija relativnosti enak rezultat. Gostoto lahko zapišemo kot:

$$\rho' = \frac{3M}{4\pi R_G^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{M}{\left(\frac{2GM}{c^2}\right)^3} \propto \frac{1}{M^2}$$

Tako vidimo, da zelo velike črne luknje niso blazno goste.

Življenjska doba črne luknje

Črne luknje v naravi so večne. Hawking je ugotovil, da bi črne luknje z majhno maso izhlapele. Vendar nedavna raziskava gravitacijskega lečenja kaže, da jih ni veliko, če sploh so.

Gravitacijsko lečenje

Gravitacijsko lečenje je popolnoma »slepok« za λ . Vse valovne dolžine ukloni. Če se zgodi kakšna poravnava (da kakšen izvor zglada svetlejši kot je) to lahko ločimo od drugih efektov prav preko tega, da lečenje leci vse valovne dolžine enako.

Sipanje kamna (odklonski kot):

$$\tan \alpha \cong \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{mv_y}{mv_x}$$

$$mv_y = \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt$$

Kjer je:

$$F_y = F \cos \phi = \frac{GMm}{r^2} \cos \phi =$$

in je $\cos \phi = b/r$. Dobimo:

$$= \frac{GMm}{b^2} \cos^3 \phi$$

Diferencial aproksimiramo $dt \cong \frac{dx}{v_x}$, ker se kamen le malo ukloni.

$$x = b \tan \phi \rightarrow dx = \frac{b}{\cos^2 \phi} d\phi$$

Tako lahko zapišemo:

$$dt \cong \frac{b d\phi}{v_x \cos^2 \phi}$$

Torej če pogledamo nazaj integral:

$$mv_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{GMm}{b^2} \cos^3 \phi \frac{b}{v_x \cos^2 \phi} d\phi = \frac{GMm}{bv_x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \phi d\phi = \frac{2GMm}{bv_x}$$

Torej je odklonski kot:

$$\alpha = \frac{mv_y}{mv_x} \Rightarrow \alpha = \frac{2GM}{bv_x^2}$$

To je pravilno za kamen. Za svetlobo pa je:

$$\alpha = \frac{4GM}{bc^2} = \frac{2r_{sch}}{b}; \quad r_{sch} = \frac{2GM}{c^2}$$

Einsteinov obroč

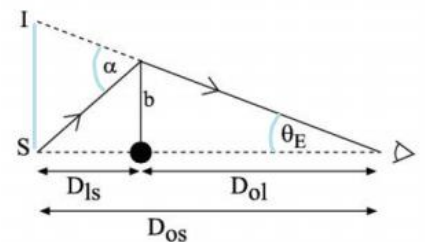
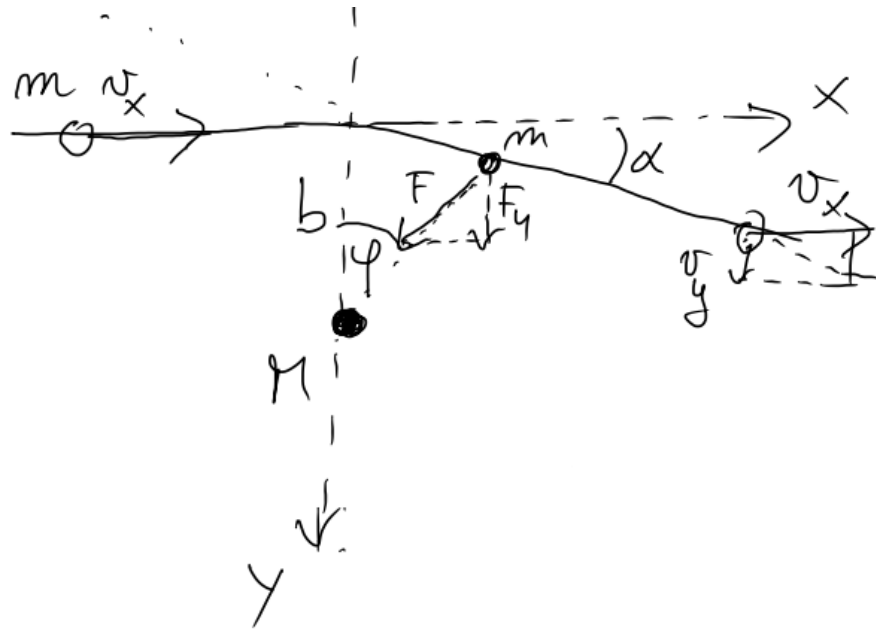
Iz geometrije sledi:

$$\alpha D_{LS} = \theta_E D_{OS}$$

$$b = R_E = \theta_E D_{OL}$$

Tako dobimo:

$$\theta_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}}$$



Gravitacijsko lečenje točkaste mase (izvor, leca in opazovalec neporavnani)

Spet v šibkega polja velja:

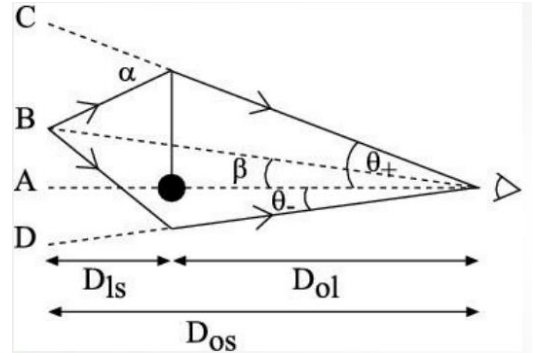
- i) $\alpha \ll 1$
- ii) $b \ll D_{OL} \rightarrow \theta \ll 1$

Iz geometrije sledi:

$$AC = AB + BC$$

$$\theta D_{OS} = \beta D_{OS} + \alpha D_{LS}$$

$$\beta = \theta - \alpha \frac{D_{LS}}{D_{OS}} = \theta - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \frac{4GM}{c^2 \theta D_{OL}} = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}$$



Tako dobimo:

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0$$

In imamo dve rešitvi:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left[\beta \pm (\beta^2 + 4\theta_E^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

Izgled lečenje izvora

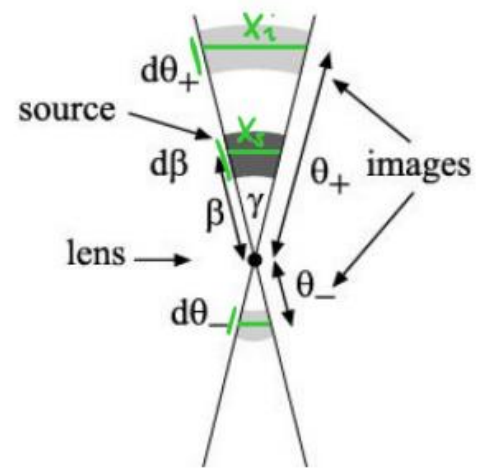
Raztezek slike: $\frac{\theta_{\pm}}{\beta}$

Velikost slike (debelina): $\frac{d\theta_{\pm}}{d\beta}$ (odvod rešitve)

Magnifikacija: $a_{\pm} = \frac{\theta_{\pm}}{\beta} \frac{d\theta_{\pm}}{d\beta} = \left[1 \pm \frac{\beta}{(\beta^2 + 4\theta_E^2)^{\frac{1}{2}}} \right]$

Amplifikacija: Površinska svetlost se ohranja ($j = konst.$)

$$a_{tot} = a_+ + a_- = \frac{u^2 + 2}{u(u^2 + 4)^{\frac{1}{2}}}; \quad u = \frac{\beta}{\theta_E}$$



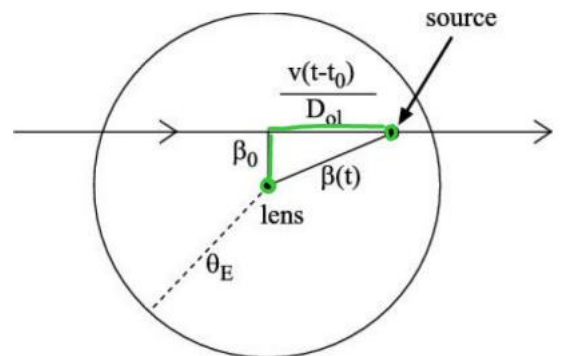
Relativno gibanje izvora in lece glede na opazovalca

- Hitrost merimo v ravnini lece
- Premočno gibanje po nebu

$$\beta(t) = \sqrt{\beta_0^2 + \frac{v^2}{D_{OL}^2} (t - t_0)^2}$$

kjer je t_0 čas prehoda. Tako je:

$$u(t) = \frac{\beta(t)}{\theta_E} = \left[u_0^2 + \frac{(t - t_0)^2}{\tau^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad u_0 = \frac{\beta_0}{\theta_E} \quad \tau = \frac{\theta_E D_{OL}}{v}$$



Gravitacijsko lečenje pri dobri poravnavi lahko naredi, da objekt zgleda tudi nekajkrat svetlejši. Zal pa traja samo kratek čas. Pri takem »mikrolecenu« so lahko lece tudi zvezde. Tudi planet lahko leci. Na tak način lahko zaznamo tudi ubežale planete/lune (rogue).

Rocheva Geometrija

Rochev oval je območje okoli zvezde v dvojnem sistemu v katerem je material gravitacijsko vezan zvezdi. Izračunajmo medzvezdno razdaljo v dvojnici. Iz 3KZ sledi:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2} \rightarrow a = \left[\frac{G}{4\pi^2} (M_1 + M_2) P^2 \right]^{1/3}$$

Ce izračunamo za $P_0 = 1 \text{ ura}$ in $M_0 = M_\odot$:

$$\left[\frac{GM_0}{4\pi^2} P_0^2 \right]^{1/3} = 0.5 R_\odot$$

Tako lahko zapišemo:

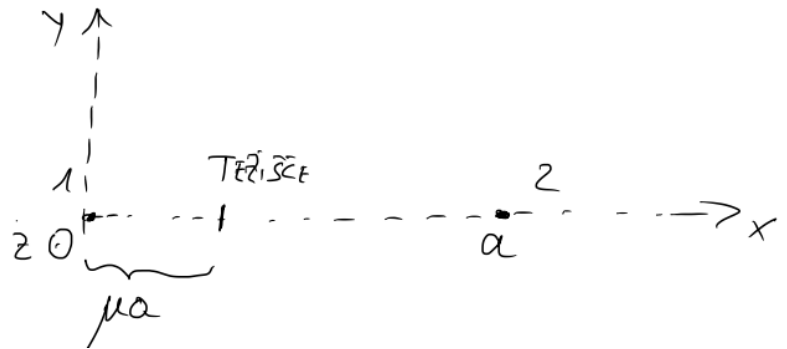
$$a = 0.5 R_\odot \left(\frac{M_1 + M_2}{M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{P}{1 \text{ ura}} \right)^{2/3}$$

Rochev model tesne dvojnice

Predpostavke:

- Krožni tir
- Korotacija (obe zvezdi se ves čas gledata z istim »obrazom«)

$$\phi = \frac{-Gm_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} - \frac{Gm_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} - \frac{1}{2} |\vec{\omega} \times \vec{r}|^2$$



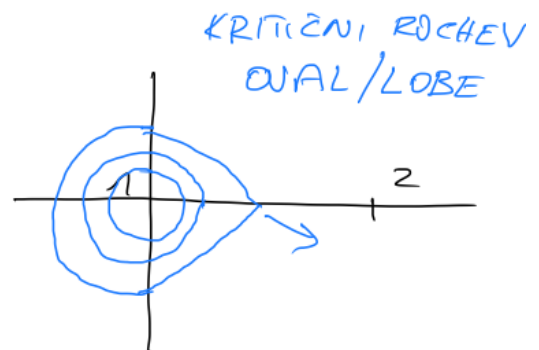
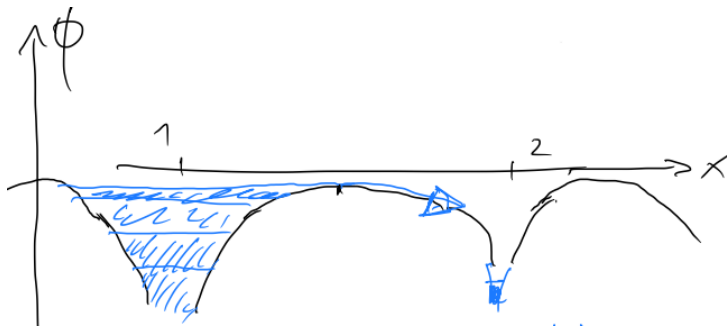
Reducirano maso lahko zapišemo kot:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

Tako je razdalja do osi v težišču $\sqrt{(x - \mu a)^2 + y^2}$. Potencial lahko torej zapišemo:

$$\phi(x, y, z) = -\frac{Gm_1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} - \frac{Gm_2}{((x - a)^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} - \frac{1}{2} \omega^2 [(x - \mu a)^2 + y^2]$$

Zanimajo nas oblike **ekvipotencialnih ploskev**.



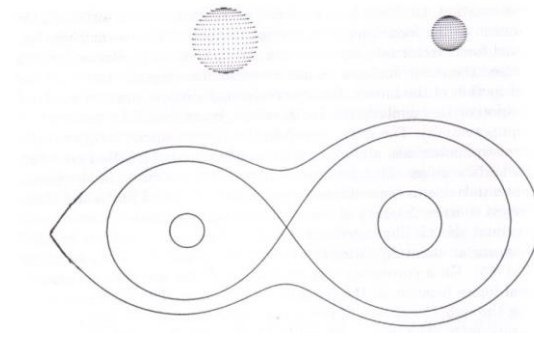
Ce je zvezda prevelika za svoj oval (oz. to jamo) se lahko prelije v sosednjega. Meja je **kritični Rochev oval**. Lahko izračunamo:

$$V_{roch} = \frac{4\pi}{3} R_L^3$$

kjer je R_L **ekvivalenten Rochev radij**. V_{roch} nam pove, kolikšen radij rabi krogla, da ima prostornino Rochevega ovala.

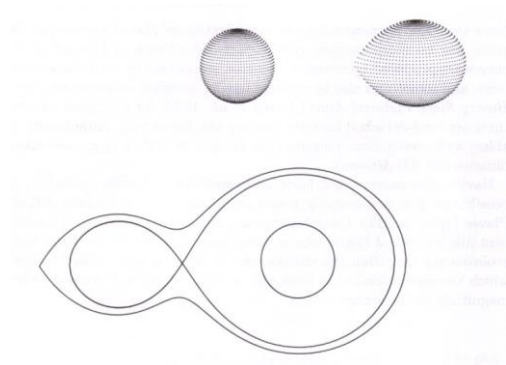
Ločen sistem

Vsaka zvezda živi zase.



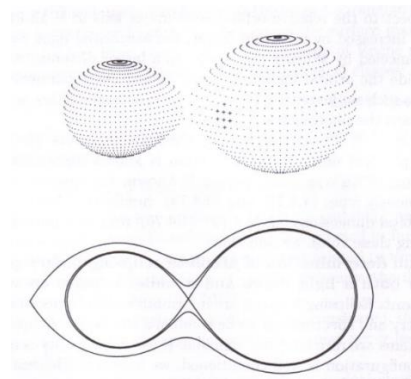
Pol ločen sistem

Pol ločen sistem s prenosom mase. Ena zvezda se »preliva«.



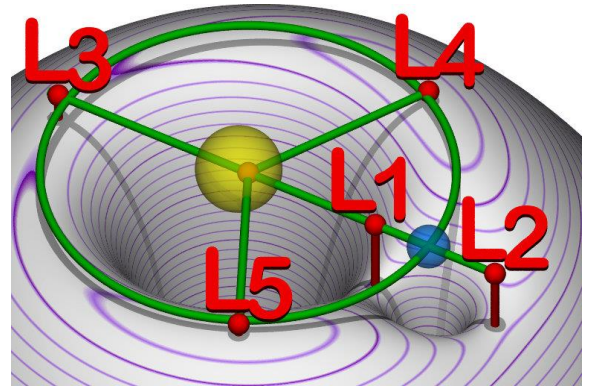
Kontakten sistem

Površini zvezd se stikata.



Lagrangeeva točka L_1

Prva Lagrangeeva točka je na stičišču med obema Rochevima ovaloma. To je točka gravitacijskega ravnovesja. Potencial ima v Lagrangeevih točkah ekstrem (minimum, maksimum ali pa sedlo). V tisti točki je odvod potenciala enak 0. Obstajajo še druge Lagrangeeve točke. Točke L_1, L_2, L_3 so labilne ravnovesne lege. Če je $\frac{M_1}{M_2} > 24.96$ sta L_4, L_5 stabilni ravnovesni legi.



Interpolacijske formule

- i) $\frac{R_L(2)}{a} = 0.38 + 0.2 \log q; \quad 0.3 < q < 20$
- ii) $\frac{R_L(2)}{a} = 0.462 \left(\frac{q}{1+q}\right)^{1/3}; \quad 0 < q < 0.3$
- iii) ...

kjer je $R_L(2)$ ekvivalentni Rochev radij sekundarne zvezde in $q = M_2/M_1$.

[Teh formul je se več a ne vidim ravno smisla jih pisat]

Tip zvezde iz periode rotacije

Recimo v primeru ii):

$$V_2 = \frac{4\pi R_L^3}{3} = \frac{4\pi}{3} 0.462^3 \frac{M_2}{M_1 + M_2} a^3$$

$$\bar{\rho}_2 = \frac{M_2}{V_2} = \frac{3(M_1 + M_2)}{4\pi \cdot 0.462^3 a^3} = \frac{3 \cdot 4\pi^2}{4\pi \cdot 0.462^3 P^2} = \frac{3\pi}{0.462^3 G P^2} = 1.1 \cdot 10^5 \frac{kg}{m^3} \left(\frac{P}{1 \text{ ura}}\right)^{-2}$$

kjer smo izrazili $(M_1 + M_2)/a^3 = 4\pi^2/GP^2$ iz 3KZ. Vidimo, da za kratko periodo imamo velik $\bar{\rho}_2$. Pri periodi $P = 100 \text{ ur}$ dobimo gostoto, ki ustreza orjakinjam. Pri $P = 10 \text{ min}$ pa je kandidat za belo pritlikavko. Pri manjših periodah pa kake nevtronske zvezde.

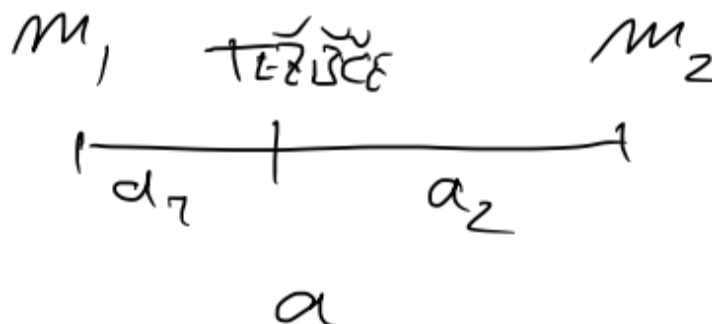
Razvoj pol ločenih sistemov s prenosom mase

Primeri:

- Kataklizmične spremenljivke
- Simbiotične zvezde
- LMXRBs, HMXRBs (Low mass/high mass x-ray binaries)
- SS 443

Predpostavke:

- Krožni tiri
- Ni blizu kaka 3. zvezda
- Korotacija (zanemarimo, da se zvezdi sukata okoli svoje osi, ostane samo tirna vrtilna količina)



$$a_2 = a \frac{m_1}{m} \quad a_1 = a \frac{m_2}{m}; \quad m = m_1 + m_2$$

$$\Gamma = m_1 a_1^2 \omega + m_2 a_2^2 \omega = m_1 a^2 \frac{m_2^2}{m^2} \omega + m_2 a^2 \frac{m_1^2}{m^2} \omega = \frac{a^2}{m^2} \left(\frac{Gm}{a^3} \right)^{1/2} [m_1 m_2^2 + m_2 m_1^2] = m_1 m_2 \left(\frac{Ga}{m} \right)^{1/2}$$

kjer smo iz 3Kz izrazili $a^3 \omega^2 = Gm$; $\omega = \left(\frac{Gm}{a^3} \right)^{1/2}$. Imejmo pretok mase:

$$m_2 \rightarrow m_2 + dm_2 \quad m_1 \rightarrow m_1 + dm_1 \quad m \rightarrow m + dm \\ dm = dm_1 + dm_2 \Rightarrow dm_1 = dm - dm_2$$

Druga zvezda izgublja maso: $dm_2 < 0$

Če sistem izgublja maso: $dm < 0$.

Torej (zapišemo relativno spremembo, da se znebimo konstant):

$$\frac{d\Gamma}{\Gamma} = \frac{dm_1}{m_1} + \frac{dm_2}{m_2} + \frac{1}{2} \frac{da}{a} - \frac{1}{2} \frac{dm}{m} = \frac{dm - dm_2}{m_1} + \frac{dm_2}{m_2} + \frac{1}{2} \frac{da}{a} - \frac{1}{2} \frac{dm}{m}$$

Tako je:

$$\frac{da}{a} = \frac{dm}{m} - \frac{2dm}{m_1} + 2 \frac{dm_2}{m_1} - 2 \frac{dm_2}{m_2} + 2 \frac{d\Gamma}{\Gamma}$$

oz. če uporabimo $q = m_2/m_1 \Rightarrow m_1 = m_2/q$ $m = m_1 + m_2 = m_2/q + m_2 = (1+q)m_2/q$ lahko zapišemo:

$$\frac{da}{a} = \frac{dm}{m_2} \frac{q}{1+q} - 2 \frac{dm}{m_2} q + 2 \frac{dm_2}{m_2} q - \frac{2dm_2}{m_2} + \frac{2d\Gamma}{\Gamma} = \frac{dm}{m_2} \left[\frac{q}{1+q} - 2q \right] + 2 \frac{dm_2}{m_2} (q-1) + 2 \frac{d\Gamma}{\Gamma}$$

Dobimo neko čudo. Prvi člen nam pove, da če dvozvezdje zgublja snov kot celota, potem te zvezdi lezeta narazen. Srednji člen je pozitiven če je $q < 1 \rightarrow m_2 < m_1$ takrat zvezdi lezeta narazen in če je $q > 1 \rightarrow m_2 > m_1$ je člen negativen, torej kot da zvezdi lezeta skupaj. Torej če je zvezda, ki zgublja maso manj masivna, zvezdi lezeta narazen in obratno. Zadnji člen je negativen ali 0. Vrtilna količina se lahko samo zgublja. Torej izgubljam vrtilno količino preko odtekajoče snovi, ki jo odnese (če zgubljam snov).

Poglejmo sedaj isto interpolacijsko formulo za ekvivalenten Rochev radij:

$$\frac{R_2}{a} = 0.462 \left(\frac{q}{1+q} \right)^{1/3} = 0.462 \left(\frac{m_2}{m} \right)^{1/3}$$

Naredimo podoben trik kot prej, da izginejo konstante:

$$\frac{dR_2}{R_2} = \frac{da}{a} + \frac{1}{3} \frac{dm_2}{m_2} - \frac{1}{3} \frac{dm}{m} = \frac{da}{a} + \frac{1}{3} \frac{dm_2}{m_2} - \frac{1}{3} \frac{dm}{m} \left(\frac{q}{1+q} \right) =$$

Sedaj vstavimo da/a od prej:

$$= \frac{dm}{m_2} \left[\frac{-q(1+2q)}{1+q} - \frac{q/3}{1+q} \right] + \frac{dm_2}{m_2} \left[2(q-1) + \frac{1}{3} \right] + 2 \frac{d\Gamma}{\Gamma} = \frac{dm}{m_2} \frac{-q(\frac{4}{3} + 2q)}{1+q} + 2 \frac{dm_2}{m_2} \left(q - \frac{5}{6} \right) + \frac{2d\Gamma}{\Gamma}$$

Prvi člen, če nam odteka masa iz dvozvezdja, je spet strogo pozitiven in povzroča, da zvezda ne bi bila več v kontaktu z svojim Rochevim ovalom in bi se ustavil pretok med zvezdama. Srednji člen je lahko pozitiven če $m_2 < m_1$ in hoče razkleniti sistem, če pa je $m_2 > m_1$ pa sistem ostane v kontaktu in zvezdi (v bistvu tukaj meja $q < 5/6$). Zadnji člen je negativen oz. 0. Opazimo da predpostavka, da je $d\Gamma = 0$ ni dobra. Nekaj jemlje vrtilno količino. Zvezda očitno zgublja snov z visoko specifično vrtilno količino. Brez zadnjega člena bi veliko kontaktnih sistemov recimo z masama 1:2 ostali v kontaktu. (Veliko sistemov ima $q < 5/6$ in bi sicer ustavilo transport snovi).

Katakliizmične spremenljivke

Gre za dvojni sistem, kjer je zvezda, ki dobiva snov, bela pritlikavka in zvezda, ki pa zgublja snov, zvezda glavne veje. Orbitalna perioda je nekaj ur. Zvezda (bolj masivna) hitreje umre in postane bela pritlikavka. V procesu, ko je orjakinja je druga zvezda praktično v njeni ovojnici. Z gibanjem po razredčeni ovojnici začne spiralizirati in zvezdi se zblížata. Potem orjakinja umre in ostaneta bela pritlikavka in zvezda, ki je zelo blizu. Pri pretakanju snovi na belo pritlikavko lahko pride do **nov (nova)**, kjer se vodik spaja v helij na površju.

Simbiotične zvezde

Orjakinja daje snov, bela pritlikavka pa jo sprejema.

Akreijski disk

Zaradi vrtenja obeh zvezd okoli težišča snovni tok »zavija« (gre proti tam, kjer je bila zvezda, preden se je zarotirala stran). Vroča točka je mesto, kjer se snov, ki se v disku okoli npr. bele pritlikavke, zaleti sam vase. Disk se bližje zvezdi vrti hitreje.

Vrtilna količina mase v disku ohranja vrtilno količino, ko ni izgube mase v okolico. Disk se zelo segreje in seva. Pogosto je potrebno upoštevati se magnetno polje. Običajno polje nekega kompaktnega objekta. Dobimo akreijske stolpe snovi, ki teče na magnetne pole zvezde, okoli katere je disk.

Koliksen sploh je pretok mase?

Pri Simbioticnih in LXMRBs je pretok mase:

$$dm_2 \approx 10^{-11} \leftrightarrow 10^{-8} M_{\odot}/leto$$

Pri HMXRBs in SS 433 pa okoli:

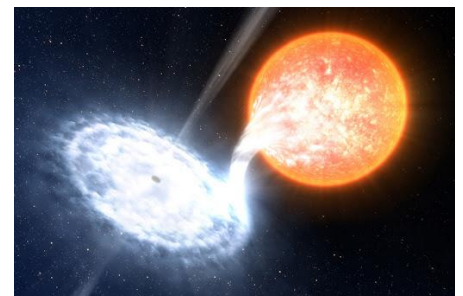
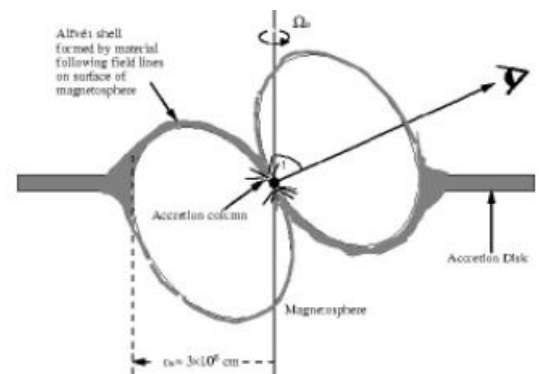
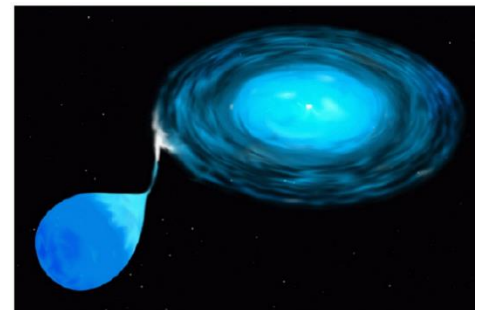
$$dm_2 \approx 10^{-4} M_{\odot}/leto$$

SB 433

Je kot mikrokvazar, ki ima curke snovi. Z akreijski diskom. Lahko je tudi črna luknja.

Zanimiv primer: Algol (beta perzeja)

Imamo navidezen paradoks. Imamo zvezdi enakih starosti vendar primarna, masivnejša bolj vroča zveza je na glavni veji in ne napolnjuje Rochevega



ovala. Sekundarna zvezda z manjšo maso, pa je že v fazi orjakinje in napolnjuje Rochev oval.

Razlaga: Pretekli prenos mase je bolj masivno zvezdno naredil manj masivno.

Podobno velja tudi za **Blue Straggler** zvezde.