

Tekočine in termodinamika

Sklop 1: tekočine

Snov: trdno <-> tekočina, kapljevine <-> plin, gostota, tlak, Pascalov zakon, hidrostatski tlak, vzgon, Arhimedov zakon, površinska napetost, mikroskopska slika medmolekulskih sil, površinska energija, sila in tlak v kapljici in mehurčku

Gostota: $\rho = \frac{dm}{dV}$ je funkcija prostora torej je (ker je skalar) skalarno polje

Tlak: Razmerje med velikostjo ploskovno porazdeljene sile in površino ploskve $p = \frac{F}{S}$

Hidrostatski tlak: Tlak ni odvisen od orientacije ploskve. V mirujoči tekočini ni strižnih napetosti, vse sile so vedno pravokotne na ploskev. (Ce bi meli strižno silo, bi tekočina stekla)

$$\Delta p = \frac{F_g}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho h S g}{S} = \rho g h$$

Pascalov zakon: Tlak se siri po tekočini in pravokotno na steno. Tlak je torej enak povsod po tekočini, razen na višinskih razlikah (hidrostatski tlak). Sprememba tlaka v kateremkoli delu tekočine, se razširi po celotni tekočini.

Arhimedov zakon: Teza telesa, potopljenega v mirujočo tekočino, je navidezno manjša za tezo izpodrinjene kapljevine ali plina.

Vzgon: Sila, ki deluje na potopljeno telo v mirujoči tekočini. Kaze v nasprotno smer sile teze. Pravzaprav je to sila zaradi tega, ker je na vrhu telesa potopljenega v tekočino manjši hidrostatski tlak kot na dnu telesa. Razlika tlakov, je tista, ki povzroči silo, ki je po velikosti enaka masi izpodrinjene tekočine.

Površinska napetost: Gladina kapljevine se obnaša kot prozna plošča. Posledica tega je, da že kapljevine zberejo v kapljice. $F = \gamma l$

Mikroskopska slika: Površinska napetost je posledica privlačnih medmolekulskih sil med molekulami kapljevine. V notranjosti kapljevine je vsaka molekula obdana z vseh strani z drugimi molekulami, zato se medmolekulske sile na njo izničijo. Za plast molekul na gladini pa to ne velja. Molekule iz notranjosti delujejo na zunanjo plast z privlačnimi silami. To silo uravnovesi le nestisljivost kapljevine.

Površinska energija: Površinska energija je sorazmerna s površino. Pozitivno predznačena (molekula, ki je dlje od notranjosti je manj vezana, zato ima večjo površinsko energijo) $W_s = \gamma S \quad \gamma \left[\frac{N}{m} \right]$

Kapljica: Sila in tlak v kapljici sta $F = \gamma 2\pi r = \pi r^2 \Delta p \quad \Rightarrow \Delta p = \frac{2\gamma}{r}$

Mehurček: Podobno kot za kapljico, samo da ima mehurček 2 opni. $F = \gamma 2l \Rightarrow \Delta p = \frac{4\gamma}{r}$

Tema 2: Hidrodinamika

Snov: Tok, tokovnice, prostorninski in masni tok, ohranitev prostorninskega in masnega toka, hitrostno polje, Bernoullijeva enačba, zastojni tlak, kvadratni zakon upora, viskoznost, linearni zakon upora, Stokesova enačba, Poiseullov zakon, Reynoldsovo število, upor cevi

Tok: Tok lahko opišemo z časovno odvisnim vektorskim poljem, ki mu rečemo **hitrostno polje**. Enačbi $\vec{v}(\vec{R}, t)$, se reče hitrostno polje. zadostuje za **turbulentni tok**, ki se vrtinci in s časom spreminja.

Stacionarni tok pa ni odvisen od časa $\vec{v}(\vec{R})$.

Tokovnice: Vzporedne krivulji, ki jih uvedemo za lažjo predstavo toka. Smer hitrosti je vedno tangenta na tokovnico, njihova gostota pove relativno velikost hitrosti. Tokovnice se nikoli ne smejo sekati. V **turbulentnem** toku so vrtinci sklenjene tokovnice.

Prostorninski in masni tok: $\Phi_m = \frac{dm}{dt}$; $\Phi_V = \frac{dV}{dt} = \bar{v}S = \int \vec{v} \cdot d\vec{S}$ $dV = Sdx = Svdt$

Bernoullijeva enačba: Je izrek o kinetični in potencialni energiji. $A' = \Delta W_k + \Delta W_p$ Pravi, da so gostota energije, gostota kinetične energije in gostota potencialne energije konst. $p + w_k + w_p = konst.$

Velja če:

Ni strižnih sil: $dA' = p dV$

Je tekočina nestisljiva in homogena $dV' = dV$ $dm' = dm$

Laminarni in stacionarni tok

$$p' dV' - p dV = \frac{dm' v'^2}{2} - \frac{dm v^2}{2} + dm' gh - dm gh \Rightarrow p' - p = \rho \frac{v^2}{2} - \rho \frac{v'^2}{2} + \rho gh - \rho gh'$$

$$p' + \frac{\rho v'^2}{2} + \rho gh' = p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = konst.$$

Zastojni tlak: Pred oviro tekočina zastaja. V zastojni točki pred oviro, je hitrost tekočine enaka nič.

$$p - p_0 = \frac{\rho v^2}{2}$$

Kvadratni zakon upora: Je posledica tlačne razlike pred in za oviro. Razliko tlakov lahko samo ocenimo, zato rabimo se **koeficient upora** c_u , ki ga dobimo z merjenjem. $\vec{F}_u = \frac{1}{2} c_u \rho v^2 S$

Viskoznost: Je odziv tekočine na strižno deformacijo in je razmerje med strižno napetostjo in strižno hitrostjo. Preprosto rečeno podaja notranje trenje tekočine. $\frac{F}{S} = \eta \frac{v}{d} = \eta \frac{dv_x}{dy}$

Stokesov zakon: Velja za silo upora na kroglico. $\vec{F}_u = 6\pi r \eta v$

Poiseulllov zakon: Če izračunamo hitrostni profil tekočine v cevi s tem da enačimo silo tlaka in silo viskoznega upora, dobimo hitrostni profil, ki ga potem lahko pointegriramo po dS , da dobimo volumski pretok. Podaja nam tlačni padec vzdolž dolge cevi.

$$\Phi_V = \frac{\Delta p}{l} \cdot \frac{\pi R^4}{8\eta}$$

Reynoldsovo število: Nam pove, kateri uporni zakon prevladuje (zato da lahko drugega zanemarimo)

$Re < 0,1 \Rightarrow$ Linearni zakon upora – laminarni tok

$Re > 2000 \Rightarrow$ Kvadratni zakon upora – turbulenten tok

$$Re = \frac{\rho v x}{\eta}$$

Tema 3: Termodinamični sistemi

Snov: Termodinamični sistem in spremenljivke, ravnovesna stanja, 0. zakon termodinamike, idealni plin, temperatura

Termodinamični sistem: Telo ali skupina teles, ki jih opazujemo. Ostalo je okolica. Sistem z okolico izmenjuje energijo v obliki dela in toplote. Termodinamične sisteme opisujemo makroskopsko, torej se ne oziramo na mikroskopsko sliko. Lastnosti sistema označujejo **stanje sistema**

Ravnovesno stanje: Stanje TDS, v katerem se s časom nič ne spremeni v sistemu ali bližnji okolici.

Ravnovesje sistema določimo s **termodinamičnimi spremenljivkami** (funkcije stanja).

Idealni plin: Najpreprostejši TDS. Zanimarimo privlačne sile med molekulami plina. V sistemu so samo molekule plina. Notranja energija je odvisna le od temperature. Trki med molekulami so prozni. Približek idealnega plina precej dobro opisuje razredčene pline.

Termodinamske spremenljivke

Opisujejo stanje TDS. Niso odvisne od poti, kako smo spremenili stanje sistema.

Tlak (p)

Volumen (V)

Temperatura (T)

Entropija (S)

Entalpija (H)

Notranja energija (W_n)

Mikroskopske

Kinetična energija (W_k)

0. Zakon termodinamike: Imamo 3 sisteme A, B in C. Velja **tranzitivnost**. Če sta sistema A in C v ravnovesju in sta B in C v ravnovesju potem velja, da sta tudi A in B v ravnovesju. Vpeljemo termodinamsko spremenljivko **temperatura**

$$(T_1 = T_2) \wedge (T_2 = T_3) = (T_1 = T_3)$$

Kinetična definicija temperature: Definicija s trojno točko se ne uporablja več, ker je težko vedno dobit isto vodo.

$$\overline{W_k} = \frac{3}{2} k_b T \quad p = nk_b T = \frac{N}{V} k_b T \frac{m}{M} N_A; \quad R = k_b N_A \Rightarrow pV = \frac{m}{M} RT$$

Kinetična definicija temperature poda temperaturo kot povprečno energijo ene molekule idealnega plina. Dva TDS imata enako temperaturo (torej sta v ravnovesju) ko v toplotnem stiku med njima, ni nobenega toplotnega toka.

Tema 4: Enačba stanja

Snov: Enačba stanja, fazne spremembe, fazni diagrami, mešanice plinov, temperaturno raztezanje

Temperaturno raztezanje: Trdnine in kapljevine se pri segrevanju raztezajo.

Dolžinska razteznost α : Pri segrevanju, se dolžina npr. palice spremeni $dl = \alpha l dT$

Prostorninska razteznost β : Pri segrevanju kapljev in pri konstantnem tlaku opazimo spremembo volumna $dV = \beta V dT$

Povezava med obema (recimo kocka) $dV = (l + dl)^3 - l^3 \Rightarrow_{zanemarimo} 3l^2 dl \Rightarrow 3l^2 \alpha dT$

Anomalija vode: Voda ima ničlo β pri 4°C, pred tem pa je $\beta < 0$

Enačba stanja: Podaja zvezo med temperaturo tlakom in prostornino za dano snov ali zmes snovi.

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Ta zveza je sorazmerna z maso. Sorazmernostni faktor pa je plinska konstanta

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Kako dobimo β za pline?

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \ln pV = \ln \frac{m}{M}RT \Rightarrow d \ln pV = d \ln \frac{m}{M}RT$$

Masa, molska masa in plinska konstanta so vse konstantne.

$$d(\ln p + \ln V) = d(\ln m - \ln M + \ln R + \ln T) = d \ln T$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}$$

$$p = \text{konst.} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \beta = \frac{1}{T} \quad T = \text{konst.} \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} = -\chi dp \Rightarrow \chi_T = \frac{1}{p}$$

Fazne spremembe: To je sprememba pri kateri TDS preide iz ene faze v drugo. Prehod iz trdne v kapljevinsko je taljenje, obratno je strjevanje. Med faznim prehodom ostane temperatura TDS konstantna (energija gre v izparilno energijo na primer). Stvari lahko tudi podhladimo ali pregrejemo (recimo če plin zelo miruje in ni prisotnih prašnih delcev, kjer bi se lahko kondenziral).

Fazni diagrami: Območja faz ponazori fazni diagram. To je diagram $p(T)$, ki je ubistvu projekcija p, V, T na ravnino p, T . Stanjem z eno fazo na diagramu ustreza lik, stanju z dvema fazama ustreza črta in stanju s tremi fazami ustreza točka – **trojna točka**.

Mešanice plinov: V TDS z več kot eno sestavino se pojavi se spremenljivka **koncentracije**. Recimo če zmešamo dva plina pri isti p, T imamo torej m_1, m_2, V_1, V_2 velja **Daltonov zakon:** $V = V_1 + V_2$. Skupni tlak, je vsota parcialnih tlakov $p = p_1 + p_2$. Za oba deleža velja plinska enačba. Če upoštevamo te dve zvezi in maso povprečnega mola mešanice:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}$$

Tema 5: Delo in toplota

Snov: Delo, toplota, specifična in latentna toplota, 1. zakon termodinamike, notranja energija, entalpija, prenos toplote

Delo: Delo je energija, ki ga TDS prejme iz okolice ali pa, ki ga TDS odda v okolico. Se lahko izpelje iz plina v batu. $dA = Fdx = pSdx = -pdV \Rightarrow A = -\int pdV$

Toplota: Toplota je energija, ki jo TDS prejme ali pa odda. Prispeva lahko k spremembi notranje energije. Izmenjano toploto lahko izmerimo recimo s kalorimetrijo. $Q = C\Delta T$. $C = mc$ je toplotna kapaciteta.

Specifična toplota: Energija potrebna, da kilogram neke snovi segrejemo za en kelvin. Pri plinih imamo c_V in c_p kjer je c_p ubistvu **specifična entalpija**. $c_V = \frac{R}{M} \frac{1}{\kappa-1}$ $c_p = \frac{R}{M} + c_V$.

Latentna toplota: Toplota oz. energija, ki jo TDS absorbira oz. odda med izotermnim procesom, najbolj pogosto pri faznem prehodu. Povečuje entalpijo?

Notranja energija: To je energija, ki jo ima sistem. Spreminjata jo delo in toplota. Notranja energija idealnega plina je odvisna le od njegove temperature. $\Delta W_n = mc_V \Delta T$

1. Zakon termodinamike: $\Delta W_n = Q - A$

Entalpija: Je sprememba toplote pri konstantnem tlaku $\Delta H = mc_p \Delta T$. V splošnem pa $H = W_n + pV$

Prenos toplote: Toplota se prenaša (brez toplotne črpalke) z mesta z višjo temperaturo na mesto z nižjo temperaturo. Prenosa se lahko na 3 različne načine **kondukcijo**, **konvekcijo** in s **sevanjem**. Pri konvekciji pride do vzgonskih efektov kjer se toplota prenaša z »mešanjem«. \vec{j} kaže v smeri padajoče temperature.

$$P = \frac{dQ}{dt} = \int \vec{j} d\vec{S} = -\frac{\lambda S dT}{dx} \quad \vec{j} = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right) = -\lambda \nabla T$$

Tema 6: Krožni procesi

Snov: Obrnljivi, neobrnljivi, krožni procesi, 2. zakon termodinamike, entropija

Krožna sprememba: To je sprememba TDS pri katerem sta končno in začetno stanje enaka. Ni mogoča krožna sprememba, pri kateri bi sistem prejel toploto iz toplotnega rezervoarja in oddal enako veliko delo, če se pri tem ne spremeni nič drugega v okolici. Oz. Ne obstaja taksna krožna sprememba pri kateri bi se toplota prenesla iz hladnejšega na toplejše telo (brez, da se še kaj drugega spremeni).

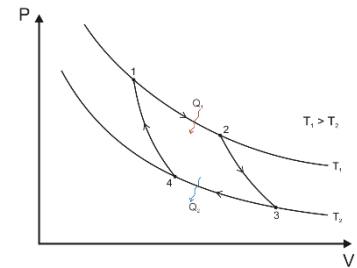
Entropija: Entropija je mera za količino energije, ki se ne more pretvoriti v delo oz. mera ireverzibilnosti sistema, lahko bi tudi rekli da je to mera neurejenosti.

Obrnljiv neobrnljiv proces: Če lahko »obrnemo čas« in gre TDS preko vseh vmesnih stanj nazaj v začetno stanje potem imamo obrnljiv proces. Obrnljiv proces ima $\Delta S = 0$. Pri neobrnljivem procesu, pa je vedno $\Delta S > 0$

2. Zakon termodinamike (entropijski zakon): Idealni carnotov toplotni stroj, odda in prejme toploto pri dveh različnih temperaturah. Izkaze se:

$$\frac{Q_{dov}}{|Q_{odv}|} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_{dov}}{T_2} + \frac{Q_{odv}}{T_1} = 0$$

$$\Delta S \geq \int \frac{dQ}{T}$$



Tema 7: Toplotni stroj

Snov: Spremembe z idealnim plinom. Toplotni stroji in hladilniki

Spremembe z idealnim plinom: $\frac{m}{M} RT = pV$

Sprememba	Konstanta	Enacba stanja	Q	A	ΔW_n
Izohora	$V = konst.$	$\frac{P}{T} = konst.$	$mc_v \Delta T$	0	$mc_v \Delta T$
Izobara	$p = konst.$	$\frac{V}{T} = konst.$	$mc_p \Delta T$	$-p \Delta V$	$mc_v \Delta T$
Izoterma	$T = konst.$	$pV = konst.$	$\frac{m}{M} RT \ln \frac{V}{V'}$	$-\frac{m}{M} RT \ln \frac{V}{V'}$	0
Izentropa	$S = konst.$	$pV^\kappa = konst.$	0	$mc_v \Delta T$	$mc_v \Delta T$

Toplotni stroj: TDS, ki opravlja krožno spremembo. Med spremembo toplotni stroj izmenjuje toploto z okolico in opravlja delo. Idealni toplotni stroj opravlja reverzibilno spremembo. Stroj prejme toploto Q le pri temperaturi T in odda toploto $|Q_0|$ le pri temperaturi T_0 . (Torej med izotermnima spremembama). Pri dveh izentropah pa stroj lahko opravi/prejme delo. Ker gre za reverzibilno krožno spremembo velja:

$$0 = \Delta S = \oint \frac{dQ}{dT} = \frac{Q}{T} - \frac{|Q_0|}{T_0} \Rightarrow \frac{|Q_0|}{Q} = \frac{T_0}{T} \quad \eta = \frac{|A_{kr}|}{Q_{dov}} = \frac{Q_{dov} - |Q_{odv}|}{Q_{dov}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_0}{T}$$

Hladilnik: TDS, ki opravlja obratno krožno spremembo, kot jo opravlja toplotni stroj. Hladilniku dovajamo delo. S hladilnikom ali toplotno črpalko s kraja z nižjo temperaturo črpamo toploto na kraj z višjo temperaturo. Izkoristek je definiran kot $\eta_{ideal} = \frac{T}{T_0} - 1$ $\eta = \frac{Q_{dov}}{A}$

Tema 8: Kinetična teorija plinov

Snov: Kinetična teorija plinov, Statistični opis plina, Maxwell-Boltzmannova porazdelitev

Kinetična teorija plinov: Je model ki opisuje obnašanje plinov (najbolje deluje za idealne pline). Pravi, da je plin sestavljen iz mnogo enakih delcev, ki se vsi konstantno in naključno premikajo (njihova hitrost je porazdeljena po Boltzmannovi porazdelitvi). Njihova velikost je mnogo manjša od medatomske razdalje. Med sabo in s stenami posode enako trkajo.

Povprečna prosta pot: $\langle l \rangle = \frac{k_b T}{\sqrt{2}\pi(2r)^2 p}$

Boltzmannovo porazdelitev dobimo lahko tako, da definiramo najprej gostoto molekul, Boltzmannovo konstantno in z gostoto molekul izrazimo gostoto snovi. Te vstavimo v plinski zakon. Tako bomo dobili tlak. S kombinacijo tega in **barometrične enačbe** (za izotermno atmosfero), dobimo porazdelitev.

$$n = \frac{N}{V} ; k_B = \frac{R}{N_A} ; p = m_1 n \Rightarrow p = nkT ; \quad p = p_0 e^{-\frac{h}{h_0}} \quad n = \frac{p}{kT}$$

$$\Rightarrow n = n_0 e^{-\frac{h}{h_0}} \Rightarrow n = n_0 e^{-\frac{W}{k_b T}}$$

Ce v Boltzmannovo porazdelitev vstavimo W_k bomo dobili porazdelitev po hitrosti, ker imajo vse molekule enako maso. Enačba (2), pa je razporeditev po velikosti hitrosti.

Verjetnostna gostota: $p(E) = \frac{dp}{dE}$

$$n(v) = n_0 e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}}$$

$$\frac{dP}{dv} = \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}} \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dv} = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}} \quad (2)$$

Definiramo lahko se povprečno hitrost in most probable value:

$$v_{MPV} = \sqrt{\frac{2k_b T}{m}} \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_b T}{m}} \quad \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_b T}{m}}$$

Ce vstavimo W_p namesto W_k dobimo lahko gostoto molekul porazdeljeno po višini:

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{N_A m g h}{k_b T}}$$