

# Elektrika in magnetizem

## Tema 1: Električni naboji in polje

**Snov:** Električni naboji, električno polje, električna poljska jakost, električni potencial, Gaussov zakon

**Električni naboji:** Električni naboj je lastnost snovi (je mera za izdatnost izvorov električnega polja), ki povzroča, da neko telo čuti silo, ko ga damo v električno polje.. Na telesa z nabojem deluje elektromagnetno polje. Naboj je lahko pozitiven ali pa negativen. Snov je nevtralna, če ima enako pozitivnih in negativnih nabojev. Med naboji deluje električna sila, ki je podobna gravitacijski ampak se od nje razlikuje tako, da je lahko privlačna ali pa odbojna.

$$\vec{F}_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\vec{R}}{|R|} \quad W_{ep} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

**Električno polje:** Prisotnost električnega naboja spremeni lastnosti prostora (je kot neka motnja). Električni naboj ustvari električno polje in to polje deluje s silo na druge naboje. Pozitivni naboji so izvori silnic, negativni pa ponori.

$$\vec{F}_e = \vec{E}e \quad \vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\vec{R}}{|R|} \quad \vec{E} \left[ \frac{V}{m} \right] \quad \epsilon_0 \left[ \frac{As}{Vm} \right]$$

**Električna poljska jakost:** Električno polje si lahko predstavljamo kot vzporedne krivulje, ki jih imenujemo silnice. Električna poljska jakost narišemo kot vektor  $\vec{E}$ , ki je tangenta na silnico. Kaze v smer električne sile tega polja na pozitivni naboj. Gostota silnic nam poda spremembo jakosti polja.

**Električni potencial:** Električni potencial je določena v električnem polju, kot električna potencialna energija, na enoto naboja. Razlika med električnimi potenciali je **električna napetost**.

$$V = \int_{-\infty}^{\vec{R}} \vec{E} d\vec{s} =_{\text{tocka}} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow W_p = e_1 V(\vec{R})$$

**Električna napetost:**

$$U(\vec{R}, \vec{R}') = - \int_{\vec{R}'}^{\vec{R}} \vec{E} d\vec{s} \Rightarrow \Delta W_p = eU$$

**Gaussov zakon:** Električni pretok skozi zaključeno ploskev je enak naboju **znotraj** ploskve.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} = e$$

## Tema 2: Prevodniki in dielektriki

**Snov:** Prevodniki in dielektriki v električnem polju, gostota električnega polja, kondenzator, energija električnega polja

**Prevodniki:** Po prevodnikih lahko teče naboj prosto, zato se v prisotnosti električnega polja naboj znotraj prevodnika porazdeli tako, da je polje znotraj prevodnika  $\vec{E} \equiv 0$ . Naboj je lahko samo na površini.

**Dielektrik:** Dielektrik je izolator, ki se ga da »polarizirati« v električnem polju. To je zaradi prisotnosti dipolov v snovi oz. v tem, da lahko v snovi influenci ramo dipole, ki se obrnejo tako, da zmanjšajo polje znotraj dielektrika. Ker smo zmanjšali polje, smo s tem zmanjšali napetost in s tem povečamo kapaciteto

**Gostota električnega polja:** Nam pove gostoto silnic električnega polja

$$\vec{D} = \frac{d\Phi_e}{dS} = \epsilon\epsilon_0\vec{E} \quad \vec{D} \left[ \frac{As}{m^2} \right]$$

**Energija električnega polja:**  $A = \Delta W_p = eU$

$$A_g = \int Ude = \frac{1}{C} \int_0^e ede = \frac{e^2}{2C} \Rightarrow W_c = \frac{e^2}{2C} = \frac{eU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

**Gostota energije za prazen prostor:**  $w_e = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

**Kondenzator:** Kondenzator je naprava, ki shranjuje električno energijo v obliki električnega polja. Najbolj preprosta oblika kondenzatorja, sta dve nabiti plošči.

$$U = Ed; \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad C \left[ \frac{As}{V} \right]; \quad e = CU$$

Praznjenje (1) in polnjenje (2) kondenzatorja (preko upora):

$$U_c + U_R = 0 \Rightarrow \frac{e}{C} - IR = 0 \Rightarrow e = -\frac{de}{dt} RC \text{ Se integrira}$$

$$e = e_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad \tau = RC \quad (1)$$

$$U_c + U_g + U_R = 0 \Rightarrow CU_g - e = \frac{de}{dt} RC$$

$$e = e_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (2)$$

### Tema 3: Električni tok

**Snov:** Električni tok, električni tok v kovinah, Ohmov zakon, Kirchhoffova zakona, Časovno odvisen električno tok

**Električni tok:** To je gibanje nosilcev električnega naboja. (Oz. Elektroni ne potujejo res zares, ampak povzročijo motnjo, ki potuje s svetovno hitrostjo.) Definiran je kot količina naboja, ki se v časovnem intervalu preteče (skozi nek presek).  $I = \frac{de}{dt} [A]$   $\vec{j}_e = \frac{dI}{dS}$

**Električni tok v kovinah:** V kovinah imamo elektronski oblak prostih elektronov, ki se obnašajo podobno kot delci plina. Te elektroni se premikajo naokoli zaradi termične energije. Vendar te termične fluktuacije vseeno ne vplivajo na tok.

**Ohmov zakon:** Ohmov zakon nam podaja sorazmernost med električnim tokom in električno napetostjo. Sorazmernosti koeficient se imenuje električne upor.  $U = RI \quad R \left[ \frac{V}{A} = \Omega \right]$ . Dobimo lahko tudi specifično upornost.  $El = Rj_e S \Rightarrow \zeta = \frac{RS}{l}$

**Kirchhoffova zakona:**

1. Vsota tokov, ki pritekajo v neko vozlišče v el. krogu je enaka vsoti tokov, ki odtekajo iz tega vozlišča oz. vsota tokov v vozlišču je enaka 0.
2. V sklenjeni zanki je vsota vseh padcev napetosti enaka 0.

**Časovno odvisen električen tok:** Se zgodi pri polnjenju in praznjenju kondenzatorja in tuljave.

**Kondenzator:** Samo odvodi tisti enačb prej za naboj v odvisnosti od časa.

**Tuljava:** Praznjenje (1), polnjenje (2)

$$U_L + U_R = 0 \Rightarrow -L \frac{dI}{dt} - IR = 0 \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

$$U_g - RI - L \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow dt = \frac{LdI}{U_g - RI}; I_0 = \frac{U_g}{R} \Rightarrow I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \tau = \frac{L}{R} \quad (2)$$

#### Tema 4: Magnetno polje

**Snov:** Magnetno polje trajnih magnetov in električnega toka, gostota magnetnega polja, sile in navori v magnetnem polju, magnetni pretok, Amperov in Biot-Savartov zakon.

**Magnetno polje trajnih magnetov in električnega toka:** Magnetno polje je vektorsko polje. Silnice kažejo smer, kot tangento in relativno velikost kot gostoto. Magnetni monopol ne obstaja, torej magnetno polje nima izvorov. Silnice magnetnega polja so sklenjene. Magnetno polje imamo v okolici trajnih magnetov in vodnikov po katerem teče tok.

**Magnetna sila in magnetni navor:** Na gibajoče nabite delce, magnetno polje deluje s silo. Delec v homogenem magnetnem polju kroži s ciklotronsko frekvenco  $\omega_c = \frac{eB}{m}$

$$\vec{F}_m = e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{B} \left[ \frac{Vs}{m^2} = T \right]$$

Iz Hallovega pojava sledi:

$$\vec{F}_m = N_e(\vec{v} \times \vec{B}); \quad N = nV = nSl; \quad \vec{j} = en\vec{v} = \frac{I}{S}$$

$$\vec{F}_m = \frac{neSl}{en}(\vec{j} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{F}_m = \vec{I} \times \vec{B}$$

Magnetni navor na zanko v polju:  $\vec{M} = \vec{I} \vec{S} \times \vec{B}$

**Magnetni dipol:**  $\vec{p}_m = \vec{I} \vec{S}$   $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$   $W_m = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$

**Gostota magnetnega polja:** Določa magnetno polje. Določena je z magnetno silo v pravokotnem polju na ravni vodnik, z dolžino l, po katerem teče tok I.  $\vec{B} = \vec{H} \mu_0 \mu$

**Magnetni pretok:** Spet pove število silnic, skozi nek presek. Magnetni pretok skozi vsako zaključeno površino je enak nič. Zanka v magnetnem polju predstavlja magnetni dipol. Tudi krožeč elektron je magnetni dipol

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad [Vs] \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

**Biot-Savartov zakon:** Je magnetni ekvivalent Coulombovega zakona. Imamo dve žici, narazen R po katerem tečeta različna tokova.

$$d\vec{F}_m = \left( \overline{(I_1 l_1)} \right) \times \left( \overline{(I_2 l_2 \times \vec{R})} \right) = \overline{I_1 dl_1} \times \vec{B}_2$$

$$dB_2 = \frac{\mu \overline{I_2 dl_2} \times \vec{R}}{4\pi R^3} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 \overline{Idl} \times \vec{R}}{4\pi R^3}$$

**Amperov zakon:** Kot ekvivalent Gaussovega zakona pri elektriki.

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I \quad \text{oz.} \quad \oint \vec{H} d\vec{s} = I$$

Magnetno polje tuljave:  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$  Magnetno polje torusa:  $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$  Magnetno polje žice:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

## Tema 5: Indukcija

**Snov:** Indukcija, lastna indukcija, tuljava, energija magnetnega polja, snov v magnetnem polju, feromagnetne snovi.

**Indukcija:** Pojav pri katerem nastane električna napetost v vodniku, ki se giblje po magnetnem polju. Oz. Spreminjajoče magnetno Inducirana napetost se ravna po **Lenzovem** pravilu, ki pravi, da tok ki nastane se upira spremembi. Oz. Induciran tok nasprotuje gibanju oz. (če ni zvezano) inducirana napetost bi pognala tok, ki bi se upiralo gibanju.

$$\vec{F}_e = \vec{F}_m \Rightarrow -e\vec{v}\vec{B} = e\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \vec{v}\vec{B} \Rightarrow U_i = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

**Faradayev indukcijski zakon:** Spremenljivo magnetno polje se obda z električnim poljem.

$$U_i = - \oint \vec{E}_i d\vec{s} = \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

**Tuljava:** Tuljava je elektronski element, katerega glavna značilnost je **induktivnost**. Induktivnost je

$$\Phi_m = LI \quad \left[ \frac{Vs}{A} = H \right]$$

Enosmerni električne tok ustvari v navitju magnetno polje. Spremembe toka, povzročijo **samoindukcijo**, ki generira električno napetost, ki požene tok tako, da nasprotuje svojemu vzroku. Tuljava torej nasprotuje hitrim spremembam toka.

$$\Phi_m = NBS \quad L = \frac{N^2 \mu_0 S}{l} \quad U_L = -L \frac{dI}{dt}$$

Posebnost močno sklopljenih tuljav:

$$L_{2,1} = \frac{N_2 N_1 \mu_0 S}{l} = L_{1,2}$$

**Energija magnetnega polja:**  $dA = Ude = UI dt = LI \frac{dI}{dt} dt \Rightarrow dW_L = dA = LI dI \Rightarrow W_L = \frac{LI^2}{2}$

**Gostota energije praznega prostora:**  $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2$

**Snov v magnetnem polju:** Snovi v magnetnem polju imajo svojo permeabilnost  $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$ . Snovi, ki imajo  $\mu > 1$  so **paramagnetne**, tiste ki pa imajo  $\mu < 1$  pa so **diamagnetne**. Osnovna enota za magnetni dipol je Bohrov magneton  $\mu_B = 10^{-23} \frac{J}{T}$ . Magnetni dipol enega atoma je:  $\vec{p}_m = -\frac{e_0}{2m} \vec{l}$ . Znotraj toroida npr. se ohranjanju silnice magnetnega polja.

**Feromagnetne snovi:** Nekatere snovi (železo, kobalt, nikelj) imajo feromagnetne lastnosti. Kjer se gradnike v kovini, da orientirati. Te snovi imajo ogromne permeabilnosti  $\mu_{Fe} \sim 10^3$ . **Gostota polja je enaka znotraj in izven feromagnetna (recimo da imamo režo.), spremeni pa se jakost polja.?**

Feromagnetne snovi lahko namagnetimo, pri katerem opravi delo ploščina grafa **histereze**. Prisotnost feromagnetnega jedra v tuljavi dramatično poveča njeno induktivnost.

## Tema 6: Impedanca, RLC, Izmenični tok

**Snov:** Izmenični tok, impedanca, efektivna napetost in tok, električni nihajni krog.

**Izmenični tok:** To pomeni kakršenkoli tok, ki s časom spreminja svojo smer. Običajno pa pri temu mislimo na **sinusni** tok. Če imamo izmenični tok imamo seveda tudi izmenično napetost.

$$I = I_0 \cos(\omega t) \quad U = U_0 \cos(\omega t + \delta)$$

Ni nujno, da sta tok in napetost v fazi, zato dodamo napetosti se fazni zamik  $\delta$ . Moč pri izmeničnem toku izračunamo kot:

$$P = U(t)I(t) = U_0 I_0 \cos^2(\omega t + \delta) \Rightarrow \bar{P} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\delta)$$

Tok in napetost nihata na uporniku  $I_0 = \frac{U_0}{R}$  istočasno. Pri kondenzatorju tok prehiteva za  $\frac{\pi}{2}$   $I_0 = \omega C U_0$ , pri tuljavi pa zaostaja za  $\frac{\pi}{2}$   $I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$ .

**Efektivna napetost in tok:** V splošnem  $I_{ef} = \left( T^{-1} \int_0^T I^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}}$ . Za sinusno nihanje pa velja:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad P_{ef} = I_{ef} U_{ef}$$

Pri naši omrežni napeljavi je  $U_{ef} = 220V$  in  $U_0 = 310V$

**Impedanca:** Kompleksna količina, ki nam omogoča, da imamo v njej amplitudo in fazo kot 1 količino. Deluje kot nekakšen kompleksen upor.

$$Z = \frac{U_0}{I_0}; \quad Z_R = R \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C} \quad Z_L = i\omega L$$

**Električni nihajni krog:** Podobno kot mehanično nihanje, kjer je induktivnost podobna masi in kapaciteta podobna koeficientu vzmeti.

**Nedušeno:**  $U_L + U_C = 0 \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + \frac{e}{C} = 0 \quad / \quad \frac{d}{dt} \Rightarrow \ddot{I} + \frac{1}{LC} I = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad I = I_0 \sin(\omega t + \delta)$

**Dušeno:**  $U_L + U_C + U_R = 0 \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + \frac{e}{C} + IR = 0 \quad / \quad \frac{d}{dt} \Rightarrow \ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \beta = \frac{R}{2L}$

$$I = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \delta)$$

**Vsiljeno:**  $Z = Z_C + Z_L + Z_R = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L = R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$

**Moč vezja:**  $\bar{P} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\delta)$

## Tema 7: Maxwellske enačbe

**Snov:** Povezave med električnim in magnetnim poljem, Maxwellske enačbe.

**Maxwellske enačbe:**

$$\text{Gauss za el.} \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = e \quad \text{Gauss za mag.} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{Faraday} \quad \oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{Ampere} \quad \oint \vec{H} d\vec{s} = I + \frac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{S}; \quad I = \int \vec{J}_e d\vec{S}$$

Spremenljivo  $\vec{B}$  se ovije v spremenljivo  $\vec{E}$ , ki se obda z spremenljivim  $\vec{B}$

**Dodatne zveze:**  $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{j} = \frac{1}{\zeta} \vec{E}$