Vaja 49: Prehodni pojavi v električnih krogih

Pri vaji obravnavamo prehodne pojave v vezju upornika R, kondenzatorja C in induktorja L:

1. Praznjenje kondenzatorja

Najprej bo stikalo v začetku sklenjeno. Na kond. je tedaj napetost $U_0 = U_n/(R+R_n)$, po uporniku teče tok $I_0 = U_0/R$. Ko preklopimo vezavo z izvirom napetosti, začne odtekati naboj s pozitivne plošče kondenzatorja na negativno. Napetost med ploščama se zmanjšuje. Napetost U na kondenzatorju poganja tok $I = U/R$ tako, da se naboj zmanjšuje $I = -dQ/dt = C\frac{dU}{dt}$. Ko izenačimo oba izraza za tok, dobimo diferencialno enačbo:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}U = 0$$

ki določa časovno spreminjanje napetosti na kondenzatorju. Rešitev enačbe

$$U = U_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = RC$$

nam pokaže, da napetost eksponentno pojema z relaksacijskim časom $\tau = RC$. To je čas, v katerem se napetost na kond. e-krat pomanjša. Namesto τ radi podajamo $t_{1/2}$ (razpolovni čas)

$\tau \ln 2 = t_{1/2}$

2. Polnjenje kondenzatorja.

Najprej bo v začetku stikalo sklenjeno, na kond. pa $U = 0$. Ko stikalo razklenemo, steče v kond. el. tok I in ga začne polniti. V vsakem trenutku je $U_n = U + IR$, kjer je U napetost na kond. Tok polni kond. zato velja $I = C\frac{dU}{dt}$.

To postavimo v prvo enačbo in po preureditvi dobimo:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC} U = \frac{U_n}{RC}$$

Pri pogoju $t=0$, $U=0$:

$$U = U_n (1 - e^{-t/\tau})$$

Napetost se eksponentno približuje končni vrednosti U_n.

3. Dušeno nihanje nihajnega kroga.

Nag bo v danem trenutku U_{max} napetost na kond, I tok, ki teče po krogu. Vsota napetosti v krogu, kjer ga sestavljata tuljava in kondenzator je enaka 0.

$$U - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$L\frac{dI}{dt}$ ↑ Napetost zaradi induktivnosti

RI ↖ napetost na uporu tuljave

Ta izpe naboj na kond, $I = -C\frac{dU}{dt}$, to vstavimo v prejšno enačbo in dobimo:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta\frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0 \qquad 2\beta = R/L \qquad \omega_0^2 = 1/(LC)$$

Enačbo rešimo z nastavkom:

$$U = e^{-\beta t}(A\sin\omega t + B\cos\omega t) \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Od začetnih pogojev sta odvisna A in B, Da časa $t=0$ skozi tuljavo teče $I_0 = U_n/(R+R_n)$, na kond je $U_0 = I_0 R$. Ko vir odklopimo ostane še za hip razmik še nespremenjene

$$(U)_0 = I_0 R \qquad \left(\frac{dU}{dt}\right)_0 = -\frac{I_0}{C}$$

Začetni pogoji sledi

Začetni pogoji sledi iz $I_0 = -\left(\frac{de}{dt}\right)_0 = -C\left(\frac{du}{dt}\right)_0$

Dobimo koeficienta $A = I_0 R\left(\frac{\beta}{\omega} - \frac{1}{\omega RC}\right)$ $B = I_0 R$

Torej: $U(t) = I_0 R e^{-\beta t}\left[\left(\frac{\beta}{\omega} - \frac{1}{\omega RC}\right)\sin\omega t + \cos\omega t\right]$

Pri naših podatkih: $R = 200\,\Omega$ $L = 1{,}227\,H$ $C = 0{,}25\,\mu F$ al. $6800\,pF$

je $1/\omega RC$ veliko večji od drugih $\approx \omega_0 \approx \omega$

$$U = -\left(\frac{I_0}{\omega_0 C}\right) e^{-\beta t} \sin\omega_0 t$$

Naloga:

1. Opazuj z osciloskopom polnjenje in praznjenje kondenzatorja. Izmeri in izračunaj relaksacijski čas in primerjaj obe vrednosti. Nariši graf $U(t)$?

2. Opazuj z osciloskopom dušeno nihanje nihajnega kroga. Izmeri in izračunaj frekvenco kroga, koeficient dušenja in začetni kot po krogu

Potrebščine:

- Osciloskop
- Periodično stikalo
- Stikalna plošča
- upori, kondenzatorji in tuljave
- usmernik

Navodilo

Zvežemo pripadajoča priključke na stikalni plošči in periodičnem stikalu, kot je prikazano na priloženi sliki. Sondo osciloskopa priključimo na stikalni plošči na Y, ozemljitev pa na Zemljo.

Naravnamo osciloskop.

1. Praznjenje

Kondenzator in upornik zvežemo na stikalno ploščo, kot kaže slika. Z malo premikanja skale ipd. lahko dobimo na osciloskopu sliko, ki prikazuje napetost v odvisnosti od časa. Pritisnemo Hardcopy, da nam na tiskalnik natisne graf.

2. Polnjenje

Podobno kot pri praznenju.

3. Dušeno nihanje nihajočega kroga

Kondenzator in tuljavo vključimo v stikalno ploščo, kot kaže slika. Spet graf izrišemo na tiskalnik z Hardcopy.

1. 0,25 μF   Δt = 45,4 ms   ΔU = 12,5 V U_0 = 12 V ?
38 oz 39 kΩ   4 ,2 oz ,3

2. 0,25 μF   38 oz. 39 kΩ   Δt = 46,00 ms   ΔU = 10,9 V

lahko ≈ t ≈ 4 ms   L = 1,227 H

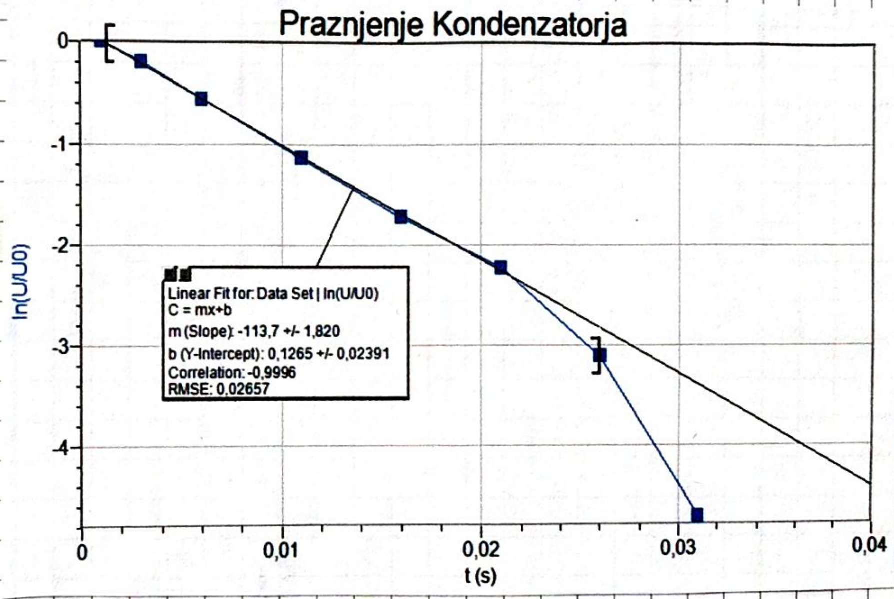
3. $t_{\frac{3}{5}}$ ≈ 18,8 ms   R = 138 Ω

Aprox.   C = 0,25 μF

4 - 3,6 ≈   aprox t ≈ 3,525 ms

$t_{\frac{1}{2}}$ = 42,4 ms

Praznjenje Kondenzatorja		
t [ms]	U[V]	ln(U/U0) [V]
1,0	11,2	0
3,0	9,2	-0,196710294
6,0	6,4	-0,559615788
11,0	3,6	-1,134979933
16,0	2,0	-1,722766598
21,0	1,2	-2,233592222
26,0	0,5	-3,109060959
36,0	0,1	-4,718498871
40,0	0,0	NDef.



$\tau = RC = 38000\,\Omega \cdot 0{,}25\,\mu F =$
$= 9{,}5\,ms$

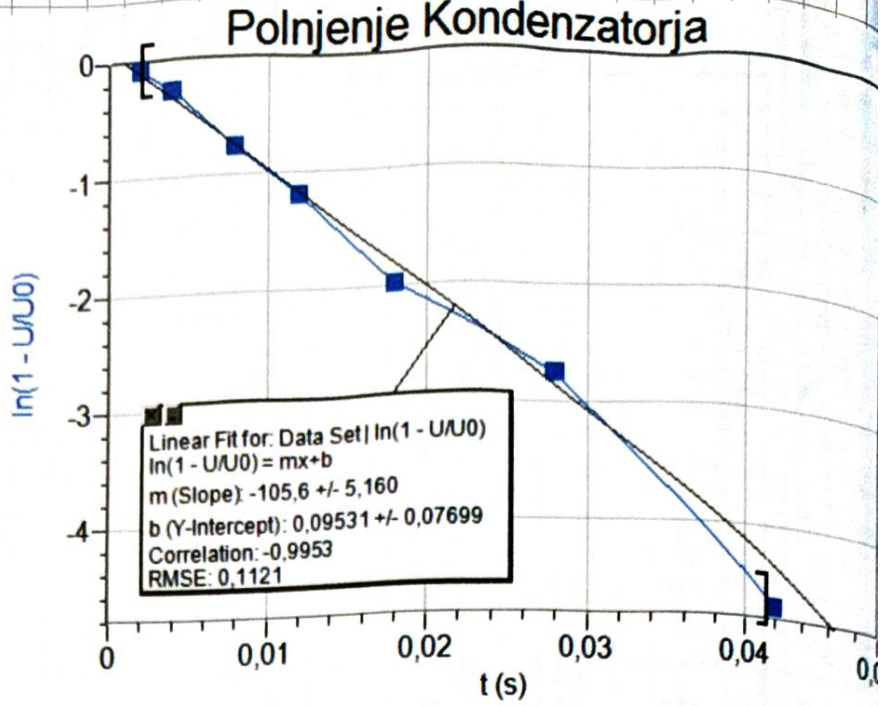
$U = U_0 e^{-t/\tau}$

$\frac{\ln\left(\frac{U}{U_0}\right)}{t} = -\frac{1}{\tau} = k$

$\Rightarrow \tau = -k^{-1}$

$\tau = 0{,}0088\,s \pm 0{,}0002\,s$

Polnjenje Kondenzatorja		
t [ms]	U[V]	ln(1 - U/U0) [V]
2,0	0,8	-0,076227365
4,0	2,6	-0,272507274
8,0	5,8	-0,75952225
12,0	7,6	-1,194840321
18,0	9,4	-1,983297681
28,0	10,2	-2,745437733
32,0	10,6	-3,592735594
42,0	10,8	-4,691347882
48,0	10,9	NDef.



$\tau = RC = 38000\,\Omega \cdot 25 \cdot 10^{-7}\,F =$

$= 9{,}5\,ms$

$U = U_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \frac{\ln\left(1-\frac{U}{U_0}\right)}{t} = -\frac{1}{\tau} = k$

$\tau = 0{,}0095\,s \pm 0{,}0005\,s$

Duseno Nihanje		
N	A_N[V]	β
0	1940,0	92,41239
1	1400,0	95,31791
2	1000,0	101,0411
3	700,0	95,31791
4	500,0	63,21347
5	400,0	37,82759
6	350,0	43,66875
7	300,0	114,8626
8	200,0	NDef.
Value:		80,46

Dodatni podatki	
t_0 [s]	0,00353
ω_0 [1/s]	1780
R [Ω]	138
U_0 [V]	1940
I_0 [A]	4,21
C [F]	0,00000025

$\beta = \frac{R}{2L} = \frac{138\,\Omega}{2 \cdot 1{,}227\,H} = 56{,}23\,\frac{1}{s}$

$I_0 = -\frac{U\omega_0 C}{e^{-\beta t}\sin(\omega_0 t)} = 4{,}21\,A$

$\beta = 80\,s^{-1} \pm 30\,s^{-1}$

$\beta = \frac{1}{t_0}\left(-\ln\frac{U(t+t_0)}{U(t)}\right)$