

Jedra

Rutherfordov poskus vodka k odkritju atomskega jedra. Eksperiment nam da zgornjo mejo za radij jedra (He, Ag):

$$r_j \approx 10^{-5} nm = 10 \text{ fm}$$

Do sedaj smo jedra obravnavali kot točkasta ampak izkaze se, da niso.

Meritve razsežnosti jedra z elektronskimi curki

Iz **Heisenbergovega načela nedoločenosti**:

$$\delta x \delta p \geq \hbar$$

dobimo omejitev resolucije snopa z gibalno količino:

$$p \geq \frac{\hbar}{r_j}$$

Ce imamo relativističen curek je $p = \frac{W_k}{c}$. Torej če želimo resolucijo r_j rabimo curek elektronov z energijo:

$$W_k \geq \frac{c\hbar}{r_j} \approx 20 \text{ MeV}; \quad r_j \approx 10 \text{ fm}$$

Atomsko jedro lahko opazujemo kot interferenčno sliko neke ovire in je približno kot slika okrogle odprtine. Opazujemo pri $r_j \sim \lambda_e$, kjer je λ_e de Brogliejeva valovna dolžina elektrona.

$$\lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{hc}{W_k}$$

Prva interferenčna dolina bo pri kotu sipanja β :

$$\sin \beta = \frac{\lambda_e}{2r_j} \Rightarrow r_j = \frac{1}{2} \frac{hc}{W_k \sin \beta}$$

Primer: Sipanje elektronov z $W_k = 420 \text{ MeV}$ na jedrih ^{12}C

Imamo minimum pri $\beta = 50^\circ$

$$\Rightarrow r_j = 2 \text{ fm}$$

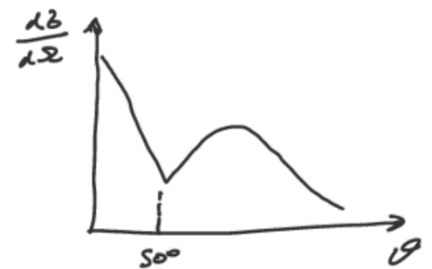
Nastavek za gostotno porazdelitev električnega naboja v jedru

Ta približek je dober za težka jedra (recimo ni dober za Vodik, Devterij,...)

$$\rho_e(r) = \frac{\rho_0}{e^{\frac{r-r_j}{s}} + 1}$$

kjer je ρ_0 določena preko in je Z vrstno število:

$$\int \rho_e dV = Ze_0$$



in je:

$$s \approx 0.55 \text{ fm}$$

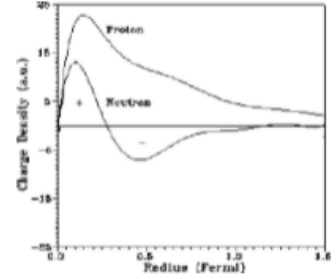
skoraj neodvisen od jedra in r_j meri razsežnost jedra (A je masno število):

$$r_j \approx r_1 A^{\frac{1}{3}}; \quad r_1 = 1,1 \text{ fm} \quad \rho_e(r_j) = \frac{1}{2} \rho_e(0)$$

Porazdelitev električnega naboja **znotraj nukleonov** (proton in nevtron) je posledica drugačne dinamike/interakcij kot v jedrih:

- i) Pri **nukleonih** gre za **močno silo** (barvna interakcija, kromodinamika)
- ii) Pri **jedrih** gre za **jedrsko silo** (analog Van der Waalsove sile v EM interakcijah)

Skoraj konstantna gostota znotraj velikih atomskih jeder nakazuje na to da je **jedrsko silo silo s trdo sredico**. To pomeni da na dovolj majhnih razdaljah je sila odbojna. To je posledica Paulijevega izključitvenega načela za identične fermione. Izvedli bomo tudi, da je jedrska sila sila **kratkega doseg**. Torej, da nukleon privlači le končno število najbližjih sosedov.



Masa jedra

Jedra sestavljajo nukleoni (protoni in nevtroni):



kjer je:

- **A masno število**
- **Z vrstno število**
- **N = A - Z število nevtronov**

Posebnosti

Izotopi: So jedra, ki imajo isto število protonov a različno število nevtronov: ${}^A X, {}^{A'} X$

Izobari: So jedra z istim skupnim številom nukleonov in različnima Z, N : ${}^A X, {}^A Y$

Atomska enota mase

Mase jeder merimo z **Atomsko enoto mase**:

$$u = \frac{1 \text{ kg}}{N_A} \quad m({}^{12}\text{C}) \equiv 12 \text{ C}$$

Masa jedra je manjša od vsote mas nukleonov. To je zaradi vezavne energije jedra.

Lastna energija jedra

$$m(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 + W_v(A, Z)$$

kjer je m_p masa protona, m_n masa nevtrona in $W_v(A, Z)$ **vezavna energija**.

$$W_v(A, Z) = m(A, Z)c^2 - Zm_p c^2 - Nm_n c^2 = (m(A, Z)c^2 + Zm_e c^2) - Zm_e c^2 - Zm_p c^2 - Nm_n c^2$$

Iz tega dobimo:

$$W_v(A, Z) = m\left(\frac{A}{Z}X\right)c^2 - Zm(H)c^2 - Nm_n c^2$$

kjer sta $m\left(\frac{A}{Z}X\right)$ in $m(H)$ atomski masi. Tu smo zanemarili majhne prispevke vezavnih energij elektronov v atomskih orbitalah (ki so $\sim eV$ medtem ko je $W_v \sim MeV$). Definiramo lahko tudi **specifično vezavno energijo**, ki je vezavna energija na nukleon:

$$w_v = \frac{W_v}{A}$$

Vezavna energija za težja jedra je skoraj konstantna. To pokazuje da nukleon res privlači le končno število najbližjih sosedov in da je jedrska sila **kratkega dosega**.

Semi-empiricna masna formula

$$W_v = -w_0 A + w_1 A^{\frac{2}{3}} + w_2 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + w_3 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + w_4 \frac{\delta_{ZN}}{A^{\frac{3}{4}}}$$

Vodilni prispevek k vezavni energiji:

$$-w_0 A; \quad w_0 = 15.6 \text{ MeV}$$

Popravek zaradi končne površine:

Površinski nukleoni imajo manj sosedov. Zato imamo popravek:

$$\gamma 4\pi r_j^2 = 4\pi \gamma r_1^2 A^{\frac{2}{3}} = w_1 A^{\frac{2}{3}}; \quad w_1 = 17.3 \text{ MeV}$$

Popravek zaradi odbojne Coulombove sile

Med protoni v jedru deluje tudi odbojna Coulombova sila. Imamo popravek:

$$\gamma' \frac{(Ze)^2}{r_j} = w_2 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}; \quad w_2 = 0.7 \text{ MeV}$$

Popravek zaradi mešalne energije

Najbolj stabilna jedra imajo $N \approx Z$. To parametriziramo s prispevkom mešalne energije, ki je približno konstantna na nukleon in enakomerno razdeljena med protone in nevtrone. Tako imamo popravek:

$$w_3 A \frac{\left(1 - \frac{Z}{N}\right)^2}{\left(1 + \frac{Z}{N}\right)^2} = w_3 \frac{(A - 2Z)^2}{A}; \quad w_3 = 23.3 \text{ MeV}$$

Popravek zaradi energije parjenja

Jedra s sodim številom protonov in/ali sodim številom nevtronov so bolj vezana. Potenca A je empirični nastavek. Tako imamo popravek:

$$\frac{w_4 \delta_{ZN}}{A^{\frac{3}{4}}}; \quad w_4 = 33.5 \text{ MeV} \quad \delta_{ZN} = \begin{cases} -1; Z = \text{sodo } N = \text{sodo} \\ 0; Z = \text{liho } N = \text{sodo}, Z = \text{sodo } N = \text{liho} \\ 1; Z = \text{liho } N = \text{liho} \end{cases}$$

Skupna masa atoma je torej:

$$M(A, Z) = ZM_H + Nm_n + W_v(A, Z)/c^2$$

Spin in magnetni moment

Proton in nevtron imata oba spin $\frac{1}{2}$. Spinu jedra prispevajo spini in tirne vrtilne količine **vseh nukleonov**.

- Spin sodo-sodih jeder (Z, N soda) je 0
To je posledica poparjenih spinov in nasprotno predznačene tirne vrtilne količine
- Spin sodo-lihega jedra je $\frac{1}{2}$.
- Spin liho-lihega jedra je celoštevilčen

Magnetni moment elektrona

Ima spin $s = \frac{1}{2}$ v stanju $m_s = \frac{1}{2}$ v smeri zunanega magnetnega polja B .

$$Q_e = -e_0 \quad m = m_e$$
$$\Rightarrow \mu_e = -\mu_B = -\frac{1}{2} \frac{e_0 \hbar}{m_e}$$

kjer je μ_B **Bohrov magneton**. Uvedemo tudi spinsko giromagnetno razmerje, ki je za elektron $g_e = 2$.

Magnetni moment protona

Ima spin $s = \frac{1}{2}$ in tako kot prej:

$$Q_p = e_0 \quad m = m_p$$

Ce bi bil potem proton brez podstrukture, bi pričakovali spinsko giromagnetno razmerje $g_p = 2$.

$$\mu_j = \frac{e_0 \hbar}{2m_p} = \frac{m_e}{m_p} \mu_B = 5 \cdot 10^{-27} \text{Am}^2$$

kjer je μ_j **jedrski magneton**. V resnici pa **ni tako**. Eksperiment da:

$$\mu_p = 2.79 \mu_j \Rightarrow g_p = 5.6$$

Kar je se en indikator, da ima proton podstrukturo.

Magnetni moment nevtrona

Ce bi bil nevtron točkast oz. brez podstrukture, bi pričakovali:

$$\mu_n = 0$$

Eksperimentalno izmerjeno pa je:

$$\mu_n = -1.91 \mu_j \Rightarrow g_n = -3.8$$

Magnetni moment jedra

K magnetnemu momentu jedra prispevajo tirni in spinski magnetni momenti vseh nukleonov. Lahko zapišemo projekcijo/efektivni magnetni moment v smeri zunanega magnetnega polja $\vec{B} \parallel \hat{e}_z$:

$$(\mu'_z)_{M_j} = +g M_j \mu_j$$

kjer je g **efektivno giromagnetno razmerje jedra** (ni enostavno izračunljivo) in M_j komponenta/projekcija spina v smeri \hat{e}_z $-J, \dots, 0, \dots, J$. Možnih projekcij je $(2J + 1)$.

V praksi merimo giromagnetno razmerje jedra preko dipolnih prehodov med sosednjimi magnetnimi stanji:

$$W'_{M_j} = -(\mu_z')_{M_j} B = -g M_j \mu_j B$$

Frekvenca sevanja pri prehodu v sosedno magnetno stanje je:

$$h\nu = \Delta E = W'_{M_j} - W'_{M_{j+1}} = g\mu_j B$$

Magnetni moment v maksimalni projekcij $M_j = J$ je:

$$(\mu_z')_{M_j=J} = gJ\mu_j = \frac{h\nu}{B} J$$

Jedrska magnetna resonanca (NMR oz. MRI če je nuclear scary)

Vzorec damo v prečno homogeno magnetno polje. V vzdolžni smeri pošiljamo skozi vzorec kratke radijske valove (visokofrekvenčni tok skozi tuljavo). Spreminjamo B ali pa ν in gledamo kdaj izpolnimo **resonančni pogoj**:

$$h\nu = g\mu_j B$$

Takrat opazimo povečano absorpcijo valov v vzorcu. Dobimo resonančno krivuljo. Dandanes se NMR uporablja za raziskovanje molekul in kristalov. Recimo za raziskovanje kemijskega premika in razcepa absorpcijskih vrhov (ki nastanejo zaradi variacij magnetnega polja znotraj kristala, ki so posledica prisotnosti drugih dipolov, ki so v kristalu tesno skupaj in se čutijo).

Primer: Proton/jedro vodika

Za proton vemo:

$$\frac{1}{2} g\mu_j = 2,79\mu_j$$

Pri $B = 1T$ je v resonanci potem pri:

$$\nu = \frac{h\mu_j}{h} B = 42.6 \text{ MHz}$$

Zgradba jeder

Opazimo izrazita odstopanja vezavnih energij jeder od napovedi semi-empiricne masne formule (odstopanja v smeri bolj vezanih jeder) pri ti. **magičnih številih**:

$$Z, N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, \dots$$

Magična jedra

Magična jedra so nadpovprečno močno vezana.

- Enojna magična jedra (Z ali N magično)
- Dvojna magična jedra (Z in N magični)

Magična števila spominjajo na strukturo vezavnih energij atomskih orbital. Žlahtni plini imajo $Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$. Tam imajo popolno zasedene podlupine.

Lupinski model jedra

Aproksimirajmo povprečni jedrski potencial vseh prostih nukleonov na posamični proton ali nevtron. Tako dobimo **efektivni jedrski potencial** in smo problem zreducirali na problem enega delca v efektivnem potencialu. Imamo enonukleonska stanja (lastna stanja efektivnega potenciala) in ločeno obravnavamo protone in nevtrone (kjer vpliv Coulombske sile zanemarimo in so magična števila za proton in nevtron enaka). S tem smo dobili **lupinski model jedra**.

Neznano radialno odvisnost efektivnega potenciala aproksimiramo s harmoničnim potencialom:

$$\bar{V}(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

Rešitve stacionarne Schrödingerjeve enačbe, nam da lastna stanja:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_N} \nabla^2 R(\vec{r}) + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 R(\vec{r}) = W' R(\vec{r})$$

kjer upoštevamo robni pogoj:

$$R \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0$$

Začnemo z kartezičnim nastavkom:

$$R(\vec{r}) = R_{n_x}(x) R_{n_y}(y) R_{n_z}(z)$$

in z njim dobimo 3 nesklapljene enačbe. Recimo za x smer:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 R_{n_x}}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 R_{n_x} = W'_{n_x} R_{n_x}$$

$$\Rightarrow W'_{n_x} = \hbar \omega \left(n_x + \frac{1}{2} \right); n = 0, 1, \dots$$

Enako bi dobili za R_{n_y}, R_{n_z} . Skupaj tako dobimo:

$$W'_n = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right); n = n_x + n_y + n_z + 1 = 1, 2, 3 \dots$$

Preštejemo vsa degenerirana stanja:

- $n = 1$ dobimo 1 stanje $n_x = n_y = n_z = 0$
- $n = 2$ dobimo 3 stanja $n_x, n_y, n_z = 1$
- $n = 3$ dobimo 6 stanj

Ce upoštevamo se spin dobimo, da je število **degeneriranih stanj** na n :

$$n(n + 1)$$

Podobno kot pri Coulombskem potencialu lahko uvedemo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_N} \frac{\partial^2 U(r)}{\partial r^2} + \left[\bar{V}(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_N r^2} \right] U(r) = W' U(r); \quad n = n_r + l + 1$$

kjer je n_r število ničel radialne valovne funkcije $u(r)$ in je l kvantno število tirne vrtilne količine $l = n - 1, n - 3, \dots, 0$. Danemu kvantnemu številu ustreza (ob upoštevanju se projekcij spina):

$$2(2l + 1)$$

stanj. Tu se velikokrat uporabljajo spektroskopske oznake.

- s za $l = 0$
- p za $l = 1$
- d za $l = 2$
- f za $l = 3$

Zopet preštejemo stanja:

- $n = 1$: Osnovno stanje z $n_r = 0$ imamo 2 s-stanji
- $n = 2$: Spet $n_r = 0$ ampak imamo 6 p-stanj
- $n = 3$
 - $n_r = 0$: imamo 10 d-stanj
 - $n_r = 1$: imamo 2 s-stanji

Tako dobimo zaporedne delne vsote:

$$2 + 6 + 12 + 20 + 30 + 42 + \dots \rightarrow 2, 8, 20, 40, 70, 112$$

Vidimo da prva tri magična števila smo ujeli ostale pa ne nekaj nam manjka in to je spin-tir sklopitev.

Sklopitev spin tir

Efektivni jedrski potencial postane nekoliko globlji v stanjih, ko sta tirna vrtilna količina in spin poravnana v isti smeri. Posledica je, da so lastne energije in stanja valovnih odvisne od j, m_j .

Stanje z večjim kvantnim številom celotne vrtilne količine (torej $j = l + \frac{1}{2}$) je nižje kot stanje z nižjim (torej $j = l - \frac{1}{2}$). Spin tir sklopitev vpliva na magična števila.

Nižja enonukleonska stanja z $j = l + 1/2$, ki ostanejo degenerirana:

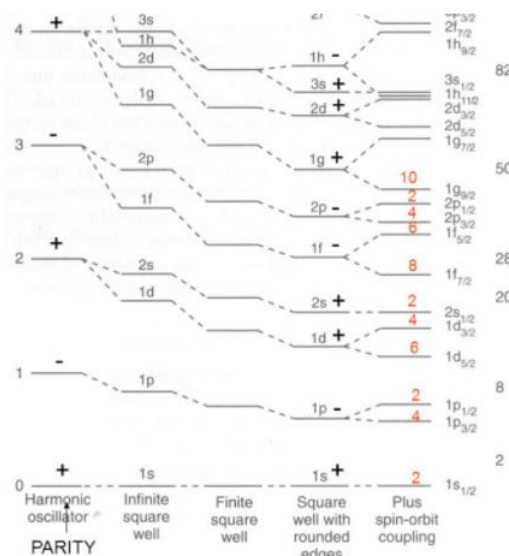
$$2j + 1 = 2l + 2$$

Višja enonukleonska stanja z $j = l - 1/2$, ki ostanejo degenerirana:

$$2j + 1 = 2l$$

Skupino degeneriranih enonukleonskih stanj pri danem j in l imenujemo **(jedrska) podlupina**. Spektroskopska oznaka je:

$$l_j \left(npr. p_{\frac{1}{2}} \quad p_{\frac{3}{2}} \right)$$



Z upoštevanjem spin tir sklopitve pa dobimo magična števila. Lupinski model razloži spin in parnost sodo-lihijh jeder (kjer prispeva le neparjen nukleon s tirno vrtilno količino svoje podlupine). Napove tudi magnetne momente in verjetnosti prehodov za sodo-liha jedra.

Jedrski razpadi

Sevanje γ

Do sevanja γ pride ko vzbujena stanja jeder (nihajni, vrtilni nacini) prehajajo nazaj v osnovna stanja z izsevanjem fotona γ ali celo izsevanja celega nukleona (takrat ko je energijska reza večja od vezavne energije).

Električno dipolno sevanje

Verjetnost za prehod na časovno enoto:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_{12}^3 |\vec{p}_e^{(12)}|^2}{3\pi\epsilon_0 c^3 \hbar}; \quad \Delta E_{12} = \hbar\omega_{12}$$

kjer je Γ **razpadna širina** in $\vec{p}_e^{(12)}$ **matrični element** operatorja električnega dipolnega momenta:

$$\vec{p}_e^{(12)} = \int R_1^* \vec{p}_e R_2 d\vec{r}$$

Ce imamo vzorec bo število vzbujenih jeder eksponentno pojemale kot $e^{-\frac{t}{\tau}}$

Izbirna pravila za sevalni prehod

Električni dipolni prehod

$$j - j' = 0, \pm 1$$

Imamo **spremembo parnosti**: $P(R_1) \neq P(R_2)$

Multipolni prehodi

$$|j - j'| \leq n$$

In spremembo parnosti:

$$|P(R_1) - P(R_2)| = \begin{cases} 0; n \text{ sod} \\ 1; n \text{ lih} \end{cases}$$

Magnetno dipolno sevanje

Analogno kot električno dipolno sevanje lahko definiramo se magnetno. Nihajoči magnetni dipol \rightarrow magnetni dipolni moment p_m . Gostota magnetnega polja je torej:

$$B = \mu_0 p_m = \mu_0 I S = \mu_0 e_0 \left(\frac{v}{2\pi r_j} \right) S = \mu_0 e_0 \left(\frac{v}{2\pi r_j} \right) \pi r_j^2 = \frac{1}{2} \mu_0 e_0 v r_j$$

Jakost električnega polja je potem takem:

$$E = Bc$$

Radiation Type	Name	$l = \Delta l$	$\Delta\pi$
E1	electric dipole	1	Yes
M1	magnetic dipole	1	No
E2	electric quadrupole	2	No
M2	magnetic quadrupole	2	Yes
E3	electric octupole	3	Yes
M3	magnetic octupole	3	No
E4	electric hexadecapole	4	No
M4	magnetic hexadecapole	4	Yes

Pri isti energijski rezi ω_{12} lahko potem zapišemo:

$$\Gamma_m^{dip} \sim \left(\frac{v}{c}\right)^2 \Gamma_e^{dip}$$

Pri magnetnem prehodu se **parnost ne spremeni** (ker je soda na zrcaljenje??)

Obratni procesi

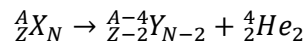
Možni so tudi obratni procesi: Absorpcija fotona in vzbuditev jedra iz osnovnega stanja. Za te procese veljajo ista izbirna pravila.

Notranja konverzija

Možen proces je tudi ti. **notranja konverzija**. Tu se foton ne izseva ampak izbije elektron iz orbitalen. Tak proces je mogoč tudi ko izsevanje takega fotona ni dovoljeno.

Razpad α

Pri razpadu α pride do izsevanja helijevega jedra/delca α . Helij zato, ker je dvakrat magično vezan in je to bolj energetsko ugodno kot izsevati npr. samo en proton.



Gre za **eksotermno reakcijo** ker se energija sprošča:

$$-Q = (m_x - m_y - m_\alpha)c^2 > 0$$

Skupno število nukleonov ter elektronov se ohranja Torej se odštejejo. Ostanje le vezavne energije:

$$-Q = W_v(A, Z) - W_v(A - 4, Z - 2) - W_v(4, 2) > 0$$

Ohranitev energije in gibalne količine

Razpad obravnavamo nerelativistično, ker je sproščena energija manjša od mirovni mas delcev:

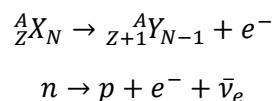
$$\begin{aligned} -Q &= \frac{1}{2} m_y v_y^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \Rightarrow m_y v_y = m_\alpha v_\alpha \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 &= \frac{-Q}{1 + m_\alpha/m_y} \approx -Q \end{aligned}$$

Torej vidimo, da **se večina energije sprosti v obliki kinetične energije delca α** .

Razpadni čas ocenim preko tuneliranja α iz potenciala preostalega jedra Y .

Razpad β

Pri razpadu β pride do izsevanja elektrona oz. delca β (z energijami do $\sim 15 MeV$) **direktno iz jedra, ne orbitale**. (Nukleoni v jedru se pretvorijo). Skupni naboj se pri prehodu ohranja:



Ohranitev energije in gibalne količine

Spet napišemo energijo:

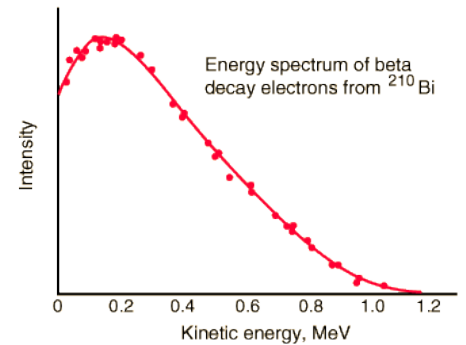
$$-Q = (m_x - m_y - m_e)c^2 = M(A, Z) - M(A, Z + 1)$$

Maksimalno kinetično energijo elektrona lahko zapišemo kot:

$$W_{ke} = \frac{|Q|}{1 + m_e/m_y} \approx |Q|$$

Pri opazovanju pa vidimo:

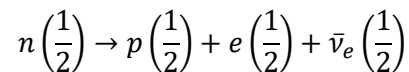
- Porazdelitev kinetičnih energij elektronov je zvezna (namig, da se se kej dogaja)
- Jedro ne odleti v nasprotni smeri kot elektron. Zgleda kot da se gibalna količina ne ohranja



Problem z gibalno količino resi tvorba »nevidnega« (torej brez naboja) nevtralnega delca z zanemarljivo maso. Ta delec je **neutrino**.

$$m_\nu \leq 0.1 \text{ eV}$$

Ohranitev vrtilne količine

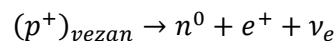


(kjer so zraven pisani spini). Neutrino ne intereagira elektromagnetno, niti pod močno jedrsko silo. Izkaze se, da gre za **šibko interakcijo/silo**.

Ta proces pretvorbe oz. **razpada nevtrona** poteka **tudi izven jeder**:

$$m_n \geq m_p + m_e + m_\nu; \quad \tau_n \approx 890 \text{ s}$$

Le **znotraj jeder** je **možen tudi obratni proces**:



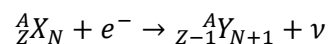
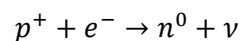
Pri obratnem procesu se sprosti energija:

$$-Q = (m_x - m_y - m_e)c^2 = [M(A, Z) - M(A, Z + 1) - 2m_e]c^2$$

kjer upoštevamo razliko v številu elektronov in pozitronov v začetnem in končnem stanju.

Obraten proces: Zajetje elektrona

Elektron iz notranje orbitale ima neničelno verjetnost, da preide v jedro kjer se zlije s protonom:



Energija:

$$-Q = (m_x + m_e - m_y)c^2 = [M(A, Z) - M(A, Z - 1)]c^2$$

Energija se spret sprosti v obliki kinetične energije nevtrina. Imamo spet diskretni (črtasti) spekter.

Najbolj pogosto je ujetje v s-orbitali, čemur pravimo **ujetje K**.

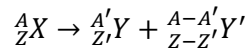
Razpadne nize lahko ponazorimo z razpadnimi diagrami.

Spontan razcep

Ta pojav je soroden razpadu α . Do razpada pride zaradi deformacije jedra iz sferične oblike. Imamo dva prispevka, ki delujeta drug protu drugemu:

- Coulombski odboj med Y in Y'
- Površinska napetost (približek kapljice)

Razcep se zgodi, ko Coulombski odboj prevlada nad površinsko napetostjo.



$$-Q = W_v(A, Z) - W_v(A', Z') - W_v(A - A', Z - Z') > 0$$

Razpadni zakon

Zanima nas verjetnost za razpad na časovno enoto:

$$A = \frac{dN}{dt} = -N\Gamma = -\frac{N}{\tau}$$

kjer je A aktivnost in pomeni število razpadov na časovno enoto. Podajamo jo v enotah $\frac{1}{s} = Bq$ Becquerel. Γ je razpadna sirina in τ je razpadni čas. Rešitev te diferencialne enačbe je:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad N_0 = N(t=0)$$

Ce imamo več razpadnih načinov z različnimi razpadnimi časi:

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dt}{\tau_1} - \frac{dt}{\tau_2} - \dots$$
$$\Rightarrow N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_1}} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \dots$$

kjer je dN/N relativna sprememba. Definiramo lahko **skupen razpadni čas jedra**:

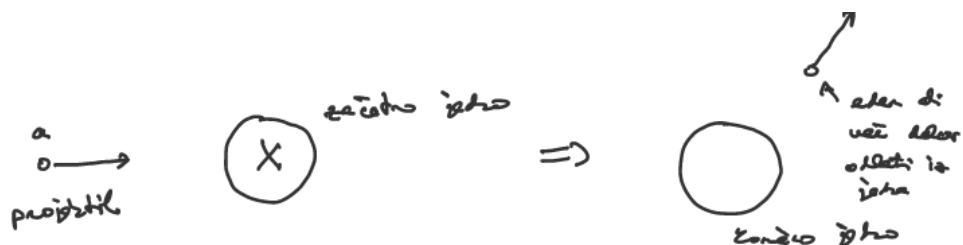
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \dots$$

kjer pravimo časom τ_1, τ_2, \dots **parcialni razpadni časi**. Sedaj lahko definiramo **razvejitevna razmerja**:

$$\frac{\tau}{\tau_1}, \frac{\tau}{\tau_2}, \dots$$

ki podajajo verjetnost, da jedro razpade na nek način.

Jedrske reakcije



- i) **Elastično (prožno) sipanje:** $a + X \rightarrow a + X$
V težiščnem sistemu se kinetična energija izstrelka ohranja
- ii) **Neelastično sipanje:** $a + X \rightarrow a' + X^*$
Del kinetične izstrelka vzbudi jedro
- iii) **»Prava« jedrska reakcija:** $a + X \rightarrow b + Y$
Nukleoni se porazdelijo $X \neq Y, a \neq b$.

Verjetnost za reakcijo (sipanje)

$$dN_\chi = \frac{dN_i N_j}{S} \sigma_\chi$$

kjer je σ_χ **sipalni presek**. Včasih se ga meri v enoti **barn**:

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

Ker imamo zvezen curek $j_i = \frac{dN_i}{dt S}$

$$\Rightarrow \frac{dN_\chi}{dt} = j_i N_j \sigma_\chi$$

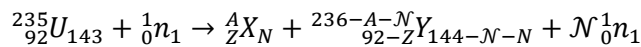
Sipalni presek za določeno reakcijo χ je lahko (močno) odvisen od energije sipanja (kinetična energija projektila) kot tudi sipalnega kota (uklonski kot projektila).



Razcep jedra (jedrska fizija)

Spontani razcep jedra je počasen lahko pa ga vzbudimo preko sipanja z npr. γ, p^+, n^0 . Nevtroni recimo ne čutijo Coulombskega odboja tako, da se tudi počasni (termični) nevtroni zadržujejo v okolici jedra kar jim da ogromen sipalni presek.

Primer: Sipanje nevtronov na ^{235}U



Za to reakcijo je $\langle \mathcal{N} \rangle = 2.47$

Pri razcepu nastanejo hitri nevtroni, ki pa imajo zaradi svoje hitrosti manjši sipalni presek. Znotraj jedrskih reaktorjev zato gorivne elemente obdamo z **moderatorjem** (voda ali grafit npr.). Moderator je iz lahkih jeder s katerimi nevtroni prožno trkajo in izgubljajo svojo kinetično energijo. Lahka jedra zato, da nevtronom vzamejo energijo (na težkih jedrih bi se nevtron odbil praktično z vso energijo). V naravnem uranu je le okoli 0.72% izotopa ^{235}U . Potrebno je **bogatenje (enrichment)**, kjer pocucamo delež ^{235}U do okoli 3%.

Primer: Difuzija plinastega uranovega heksafluorida UF_6

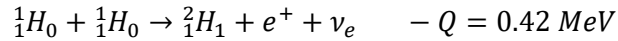
Plin difundira preko polprepustnih open. Ker so ^{235}U malenkost lažje kot ^{238}U difundirajo v del prostora z nižjim tlakom. Tlačni gradient običajno induciramo z nekim vrtenjem. Ta proces zaradi neučinkovitosti (vsak cikel le malo poveča koncentracijo) ponavljamo večkrat. Običajno to potega v **centrifugah**.

Zlivanje jeder (jedrska fuzija)

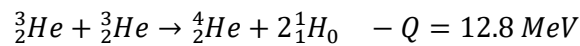
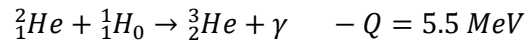
To je vodilna jedrska reakcija v zvezdah:

- Pod velikim gravitacijskim tlakom premaga Coulombski odboj
- Potrebna dovolj velika kinetična energija (temperatura)

Ker gre za termične reakcije jim pravimo tudi »**termonuklearne**«. Recimo:



To lahko le poteka pri $T \geq 10^8 \text{ K} \rightarrow W_k \geq 1 \text{ keV}$. Devteron ima velik sipalni presek za H , tako da se proces nadaljuje:



Pri višjih temperaturah in tlakih se zlivajo tudi težja jedra (H, Be, C, \dots)

Pogoji za vzdržno verižno reakcijo

Število reakcij na časovno enoto:

$$\frac{dN_x}{dt} = N_1 N_2 \langle v_{12} \sigma \rangle$$

kjer je v_{12} medsebojna hitrost obeh jeder v začetnem stanju. Poglejmo sproščeno energijo na enoto volumna v času τ , ki segreva plazmo jeder. Recimo da gledamo za dva vodika $n_1 = n_2 = n$.

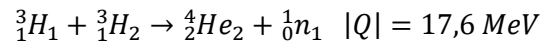
$$2n \frac{3}{2} k_B T < n^2 \langle v_{12} \sigma \rangle \tau |Q|$$

Neenačaj ker se vsa energija prej že porabi za gretje. To lahko prepišemo v **Lawsonov pogoj**:

$$n\tau > \frac{3k_B T}{\langle v_{12} \sigma \rangle |Q|}$$

kjer je n gostota plazme in τ čas vzdrževanja plazme.

Primer: Zlivanje devterija in tricija



$$T = 10^8 \text{ K}: \langle v_{12} \sigma \rangle = 10^{-22} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Tako lahko ocenimo Lawsonov pogoj:

$$n\tau > 10^{20} \frac{1}{\text{m}^2}$$